

Lesplan

Module:	Knickers			
Aantal uren:	1 - 2 lessen			
Vintage:	9e jaar basisschool			
Korte beschrijving:	Door een reële situatie te modelleren, krijgen we een eerste idee van een lineaire functie. Dit is een toenemende lineaire functie waarvan het domein niet-negatieve gehele getallen is. In de les zullen we ons vooral concentreren op het covariatie-aspect van het concept van een functie: de verandering in het volume van een container als functie van het aantal ballen dat erin wordt geplaatst. De studenten gaan aan de slag met verschillende representaties van een functie (tabel, grafiek, verbale beschrijving, eventueel met formule).			
Principes van creatie:	Onderzoek			
	Gelegenheid			
	Digitale hulpmiddelen			
	Uitvoering			
Functioneel denken:	Invoer uitvoer			
	Covariatie			
	Correspondentie			
	Voorwerp			
Doelstellingen:	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Weet hoe u waarden in een tabel invoert en deze in een grafiek plot ✓ Weet hoe je kunt uitleggen wat het volume in een container beïnvloedt ✓ Begrijp dat de punten van de grafiek op één lijn liggen ✓ Begrijp de betekenis van het snijpunt met de y-as in een bepaalde context ✓ Begrijp de betekenis van de helling in een bepaalde context ✓ Koppel verschillende representaties van het concept functie (tabel, grafiek, verbale beschrijving en formule) ✓ Leid op basis van de tabel en de grafiek de functieformule af ✓ Erken dat het bij het generaliseren van het probleem noodzakelijk is om rekening te houden met het effect van de beginvoorwaarden op het realisme van de modelleringssituatie (watervolume aan het begin, grootte van de knickers, afmetingen van de cilindervormige container waarin de knickers vallen, enz.) ✓ Weten dat een formule in de vorm van $y = kx + q$ een functie heeft die lineair wordt genoemd ✓ Observeer enkele eigenschappen van een lineaire functie, bijv. de grafiek is een lijn of een deel van een lijn. Als de coëfficiënt k in de formule van de functie positief is, zodat de functie toeneemt, als deze negatief is, dus afneemt, identificeer dan de constante veranderingssnelheid van de 			

Dit materiaal is ontwikkeld door het [FunThink Team](#), verantwoordelijk institutie: Team Pavel Jozef Šafárik-Universiteit in Košice



Tenzij anders vermeld, vallen dit werk en de inhoud ervan onder een Creative Commons-licentie ([CC BY-SA 4.0](#)). Uitgesloten zijn financieringslogo's en CC-iconen / module-iconen.

De steun van de Europese Commissie voor de productie van deze publicatie houdt geen goedkeuring in van de inhoud, die alleen de mening van de auteurs weergeeft, en de Commissie kan niet verantwoordelijk worden gehouden voor enig gebruik dat kan worden gemaakt van de hierin opgenomen informatie.

	functie, bepaal "geschikte" functiewaarden om de formule af te leiden, teken de grafiek
--	-----------------------------------------------------------------------------------------

Activiteiten

Les 1

Erbij betrekken

Activiteit 1

Dagenlang brandde de zon onafgebroken en het hele land was uitgedroogd. De verzwakte kraai cirkelde over het platteland, tevergeefs op zoek naar iets te drinken. Ze wist dat als ze niet snel water zou vinden, ze van de dorst zou omkomen. Toen ze bijna alle hoop had verloren, daalde ze op de grond af. Haar ogen werden getroffen door een oude steenhoop die tussen een stapel kiezelstenen lag. Kraai liep er langzaam naartoe en keek er nieuwsgierig in. Er stond water op de bodem van de bocht. De kraai stak gretig zijn kop in de kromming, maar zijn snavel was te kort en hij kon het water niet bereiken. Ze wist dat als ze hem zou omgooien, het water eruit zou stromen en in de grond zou trekken. Op dat moment dacht de kraai aan iets. Hoe denk je dat ze erin slaagde te drinken?

- *Verdeel de leerlingen aan het begin van de les in groepen en geef ze werkbladen. In elke groep zitten drie leerlingen (indien nodig plaatsen we in sommige groepjes vier leerlingen).*
- *Nadat ze samen het verhaal hebben gelezen, formuleert elke groep leerlingen hun suggesties en schrijft deze op een werkblad.*

Voorgestelde hulpmiddelen, hulpmiddelen:

- een werkblad voor elke leerling (we zullen het werkblad gedurende de hele les gebruiken)

Activiteit 2

Je hebt een maatcilinder met daarin 150 ml water.

- Hoeveel gemarkeerde lijnen op de maatcilinder komen overeen met 50 ml in de cilinder?
- Hoeveel ml is één gemarkeerde lijn?
- Als het niveau met gemarkeerde lijnen stijgt, met hoeveel ml is het dan gestegen?
- Hoeveel knickers moeten er minimaal in de maatcilinder vallen om het niveau met 50 ml te laten stijgen? Maak een schatting zonder de knickers te laten vallen.

- *Deel aan het begin van de activiteit een maatcilinder uit aan elke groep.*
- *De activiteit is gericht op het vertrouwd maken met de hulpmiddelen. De leerlingen moeten uitzoeken dat 50 ml gelijk is aan 10 gemarkeerde lijnen en dat daarom 1 gemarkeerde lijn 5 ml is en als het niveau met twee gemarkeerde lijnen stijgt, is het met 10 ml gestegen.*
- *In deel (d) schrijft de groep leerlingen de schatting waarover zij het eens zijn op de werkbladen. Het is mogelijk dat een van de leerlingen bij de schatting gebruik maakt van directe evenredigheid.*
- *Na de eerste twee activiteiten volgt een gezamenlijke discussie. De leerlingen vertellen de leerkracht hun ideeën voor activiteit 1. Het is mogelijk dat iemand voorstelt dat de kraai steentjes in de kan gooit. We kunnen vermelden dat dit de beroemde fabel van Aesopus **The Crow and the Pitcher is**, die de volgende boodschap heeft: Berooid leert een man hoe hij ermee om moet gaan.*
- *We zullen de schattingen van elke groep in activiteit 2(d) op het bord schrijven, zodat we ze na de volgende activiteit kunnen evalueren.*

Voorgestelde hulpmiddelen, hulpmiddelen:

- Een maatcilinder met een inhoud van minimaal 300 ml en een diameter van circa 5 cm,
- enkele glazen knikkers voor de leraar, (het volume van 5 knikkers moet 10 ml zijn, als we knikkers hebben met een ander volume, moeten we de numerieke waarden in de werkbladen aanpassen - in de taken en activiteiten.).

Geschatte tijd: 10 minuten voor activiteit 1 en 2

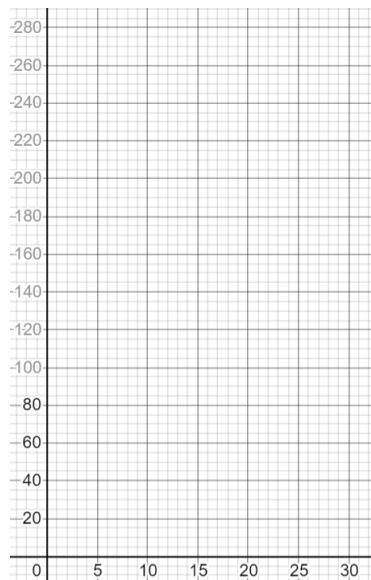
Ontdekken

Activiteit 3

Doe 5 knikkers in een maatcilinder met 150 ml water. Schrijf vervolgens in de tabel het volume in ml in de maatcilinder. Herhaal het proces - laat elke keer 5 knikkers vallen en schrijf het volume in de tabel.

Zet de verkregen waarden in een grafiek in het coördinatensysteem.

Aantal knikkers in water	Volume in ml
0	
5	
10	
15	
20	
25	



- Elke groep voert een experiment uit, vult een tabel in en zet de waarden in een grafiek.

Voorgestelde hulpmiddelen, hulpmiddelen:

- Een maatcilinder met een inhoud van minimaal 300 ml en een diameter van circa 5 cm,

- dezelfde glazen knikkers in een aantal van 20 - 30 per groep, (het volume van 5 knikkers moet 10 ml zijn, als we knikkers hebben met een ander volume, moeten we de numerieke waarden in de werkbladen aanpassen - in de taken en activiteiten .) container voor eventueel overlopen van water en opslag van knikkers,
- papieren handdoeken,
- werkblad.

Activiteit 4

Kijk naar de grafiek en tabel die je hebt gekregen (in Activiteit 3). Schrijf minstens 3 verschillende observaties (uit de tabel of uit de grafiek).

- *Studenten kunnen observeren:*
 - o *Met vijf toegevoegde knikkers stijgt ons niveau met twee stukken.*
 - o *Het niveau stijgt met het aantal toegevoegde knikkers.*
 - o *De afzonderlijke punten van de grafiek liggen op een rechte lijn.*
 - o *De grafiek stijgt.*
 - o *De grafiek begint op het punt met coördinaten [0, 150].*

Voorgestelde hulpmiddelen, hulpmiddelen:

- Werkblad

Activiteit

5

- a) Voorspel het volume in de maatcilinder als er in totaal 35 knikkers in worden gegooid.
 b) Wat denk je dat er zal gebeuren als er nog eens 15 knikkers in worden gegooid? c) Hoeveel zal het volume in de maatcilinder toenemen als we er één knikker in gooien?
 d) Vul de tabel in:

Aantal knikkers in water	0	1	2	3	5	12	30	80	X
Volume in ml									

- e) Wat zou er veranderen als we in het begin 250 ml, 200 ml, 10 ml water hadden ?
 f) Wat zou er veranderen als we in het begin steeds grotere en kleinere knikkers hadden?

- *De verwachte antwoorden zijn:*
 - a) *Met vijf knikkers erbij stijgt ons niveau met 10 ml, dus bij 35 is het 7 keer 10 ml, oftewel 70 ml.*
 - b) *Als we nog eens 15 knikkers toevoegen, wordt het nog eens 30 ml groter.*
 - c) *Met vijf knikkers erbij stijgt ons niveau met 10 ml, dus één knikker verhoogt het niveau met 2 ml.*
 - d) *$y = 150 + 2x$ is de formule van de zoekfunctie. Het domein loopt echter van 0 tot 75. Dit komt omdat bij een groter aantal knikkers niet de hele knikker onder water staat, dus de generalisatie voor 80 ballen gaat niet op.*
 - e) *De leerlingen moeten er rekening mee houden dat de formule de waarde van 150 verandert in de nieuwe waarde van het initiële volume. Sommige leerlingen zullen zich wellicht ook de verandering in het domein realiseren en bespreken hoe dit het geval zal zijn voor een volume van 10 ml. Is dit volume te klein?*
 - f) *Het volume van het marmer beïnvloedt de verandering in de coëfficiënt bij x. Als het volume van het marmer bijvoorbeeld 3 ml is, is de coëfficiënt 3.*

Voorgestelde hulpmiddelen, hulpmiddelen:

- Werkblad

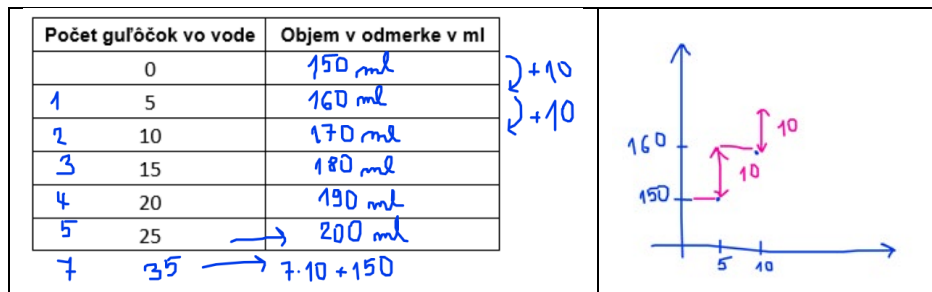
Geschatte tijd: 25 minuten (samen met activiteit 3 en 4)

Leg uit

Activiteit 5 wordt gevolgd door een gezamenlijke discussie van alle groepen en een vergelijking van de resultaten van het oplossen van problemen, vanaf activiteit 3. We vergelijken ook de schatting uit Activiteit 2 met de werkelijke waarde die de leerlingen in Activiteit 3 hebben gekregen.

De leraar vat de observaties van de leerlingen op het bord samen, verfijnt de bewoordingen van de leerlingen uit Activiteit 4 (bijv. functie verhogen, niet verhogen, enz.), of voegt plaatjes toe zoals hieronder om de constante snelheid van verandering van de functie te visualiseren.

:



Het is mogelijk dat de meeste groepen in de tabel bij Activiteit 5 ook een waarde voor 80 knikkers invoeren. In dat geval kunnen we het experiment in één maatcilinder uitvoeren. We verwachten van de leerlingen dat ze zelf uitrekenen dat het volume knikkers niet groter kan zijn dan het volume water. Dit geeft ons de mogelijkheid om het begrip domein van een functie te bespreken. Het domein voor onze functie is de verzameling natuurlijke getallen (inclusief 0) tot en met 75, aangezien er 150 ml in de maatcilinder zit en het volume van één knikker 2 ml is.

Geschatte tijd: 10 minuten

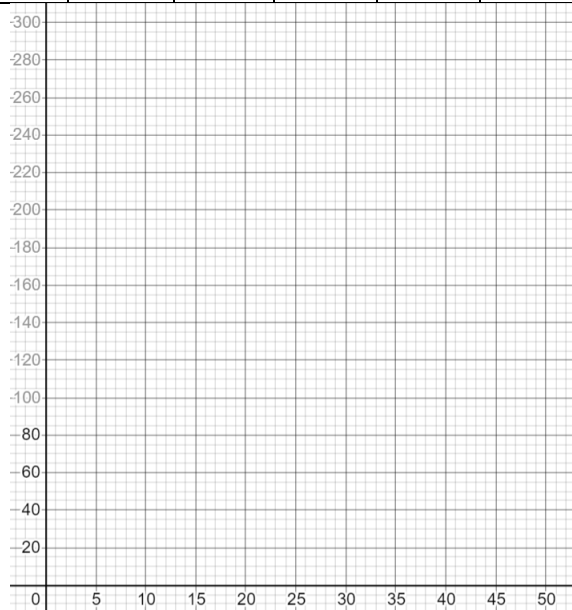
Uitwerken en evalueren

Activiteit 6

Wat gebeurt er als we de knikkers uit een cilinder halen die water en 50 ondergedompelde knikkers bevat? Probeer de tabel in te vullen en de grafiek uit te tekenen.

Als je niet zeker weet hoe het eruit zal zien, voer dan het experiment uit.

Aantal knikkers verwijderd uit de maatbeker	0	5	10	15	20	25	50	X
Volume in ml	250							



Het is een afnemende functie in activiteit. We kijken of leerlingen de formule kunnen afleiden en of ze ook kunnen nadenken over het domein van de functie. Het resultaat is $y = 250 - 2x$: waar x is een natuurlijk getal uit het interval $\langle 1, 50 \rangle$.

Voorgestelde hulpmiddelen, hulpmiddelen:

- Een maatcilinder met een inhoud van minimaal 300 ml en een diameter van circa 5 cm,
- hetzelfde aantal knikkers 20-30 per groep
- container voor eventueel overlopen van water en opslag van knikkers
- papieren handdoeken,
- werkblad.

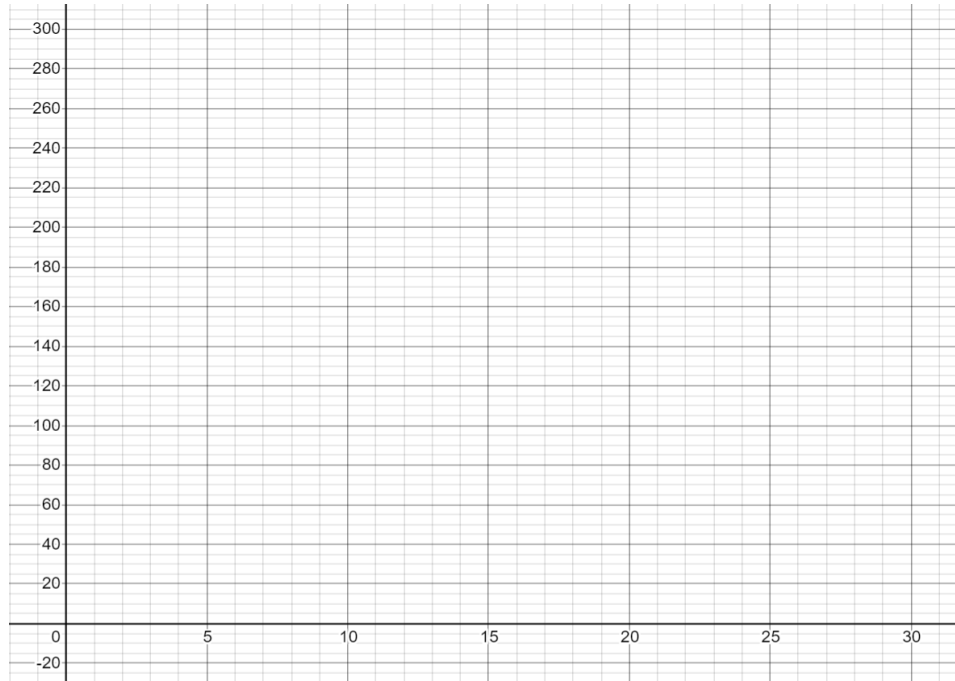
Geschatte tijd: 10 minuten

Activiteit 7

Beschouw een situatie waarin we 200 ml water in een maatcilinder hebben en we grotere knikkers hebben. Met elke ingeworpen bal neemt het volume nu met 5 ml toe. Probeer de tabel in te vullen, zonder de knikkers erin te gooien.

Aantal kralen in water	0	1	2	3	12	15	20	X
Volume in ml								

Schets een grafiek.



- *In tegenstelling tot de voorgaande activiteiten voeren de leerlingen de activiteit zonder hulpmiddelen uit. De leerlingen moeten opmerken dat de functie sneller groeit en dat de coëfficiënt vóór x (de helling van de functie) verandert in de functieformule. De resulterende formule is $y = 5x + 200$.*

Voorgestelde hulpmiddelen, hulpmiddelen:

- werkblad

Geschatte tijd: 10 minuten

Uitleg

Activiteit 8

In de linkerkolom van de tabel staan de formules die je tegenkomt bij het werken met knikkers. Schrijf in de rechterkolom op wat je hebt opgemerkt binnen de formule.

Recept	Observatie
$y = 150 + 2x$	
$y = 250 + 2x$	
$y = 200 + 2x$	
$y = 10 + 2x$	
$y = 250 - 2x$	
$y = 200 + 5x$	

- *Leerlingen kunnen de eigenschappen van grafieken in de waarneming noteren (toenemend, afnemend, punten die op een lijn liggen, snijpunten met de y-as of x-as voor een afnemende functie, het domein van een functie - beschreven in hun eigen woorden, het bereik van een functie - beschreven in hun eigen woorden, enz.). Sommige groepen kunnen observaties opschrijven die nauw verband houden met de context van het probleem.*

Activiteit 9

Geef aan wat de formules uit de vorige activiteit met elkaar gemeen hebben.

- *We verwachten dat sommige groepen zullen opmerken dat alle formules de vorm hebben van $y = q + kx$. Het is normaal dat leerlingen de formule in een niet-standaardvorm schrijven (een omgekeerde volgorde van de toevoegingen kx en q)*
- *In deze fase van de les kan de leraar op informele wijze het concept van een lineaire functie introduceren als een functie waarvan de formule is $y = kx + q$ (hier kan de volgorde van de toevoegingen worden kx verwisseld q zoals gebruikelijk in schoolboeken, waarbij de leraar verwijst naar de commutatieve wet van toevoeging).*

Activiteit 10

- a) Kies een criterium om de formules uit activiteit 8 in groepen te verdelen. Schrijf dit criterium op.
- b) Verdeel de formules in groepen, afhankelijk van het criterium dat u hebt gekozen.

Studenten kunnen de volgende criteria kiezen:

- *Snijpunt met de y-as (kan door de leerlingen worden geformuleerd, bijvoorbeeld "volgens het eerste getal in de formule")*
- *Helling (door leerlingen geformuleerd als "volgens het getal bij x")*

Met deze activiteit kan de leerkracht met de leerlingen bespreken wat we uit de functieformule kunnen afleiden over de eigenschappen van grafieken. Als de leerlingen de genoemde eigenschappen niet in acht nemen, is het niet nodig om tijdens deze les af te ronden.

Voorgestelde hulpmiddelen, hulpmiddelen (voor activiteiten 8 tot 10) :

- werkblad

Geschatte tijd: 15 minuten

Activiteit 11

Raad de functieformule.

- Als we genoeg tijd hebben in de klas, gaan we het spel spelen.
- De leraar bedenkt een formule van een lineaire functie en de taak van de leerlingen is om deze formule te raden.
- We schrijven de waarden van x op het bord, die door de leerlingen worden gekozen, en de leraar telt vervolgens de berekende waarde van y op.

Het verloop van het spel op het bord kan er als volgt uitzien: Het doel van het spel is om de formule in het gele vak in te vullen op basis van de gevonden waarden.

X	1	50	...
	2	149	...

- Leerlingen kunnen tijdens het spel de volgende features ontdekken:
 - o het is voordelig om de leraar $x=0$ te geven (we vinden de waarde van q)
 - o Voer gewoon twee cijfers in voor één recept
 - o het verdient de voorkeur dat het tweede gekozen getal 1 is
- We raden u aan lineaire functies te kiezen die verschillende eigenschappen hebben (absolute term is positief, negatief of 0, richtlijn is een positief getal, negatief getal, 0, getal kleiner dan 1, breuk, decimaal). Hieronder staan voorbeelden van mogelijke formules van lineaire functies:

$$y = 2x, y = x + 5, y = 2x + 3, y = -2x - 3, y = -10x + 5, y = 1000x + 658, y = 500x - 341, y = -100x + 92, y = \frac{1}{2}x - 3,$$

$$y = -9x + \frac{2}{5}, y = \frac{1}{100}x + \frac{9}{10}$$

Geschatte tijd: 10 minuten