

Handreichung

Modul:	Verschiedene Gefäße		
Zeitbedarf:	1-2 Unterrichtsstunden		
Zielgruppe:	Klasse 6-8		
Kurze Beschreibung:	In dieser Unterrichtseinheit wird die Beziehung zwischen dem Volumen des in ein Gefäß eingefüllten Wassers und der Höhe des Wassers im Gefäß untersucht (die Kovariationsvorstellung des Funktionsbegriffs - die Abhängigkeit der Höhe des Wassers im Gefäß vom Volumen des in das Gefäß eingefüllten Wassers). Dieser Zusammenhang wird für Gefäße mit unterschiedlichen Formen beschrieben. Es werden verschiedene Darstellungsformen des Funktionskonzepts verwendet (Graph, Tabelle, verbale Beschreibung). Die Schüler*innen sollen erkennen, dass die Form des Gefäßes die Beziehung zwischen den untersuchten Variablen beeinflusst und dass jede Darstellung, die sie erstellen, diese funktionale Beziehung veranschaulicht und eine andere Perspektive darauf bietet.		
Designprinzipien:	Forschendes Lernen		
	Situiertheit		
	Digitale Werkzeuge		
	Embodiment		
Funktionales Denken:	Input - Output		
	Kovariation		
	Zuordnung		
	Objekt		
Lernziele:	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Wissen, wie man Werte in eine Tabelle einträgt und diese in einem Graphen markiert. ✓ Erkennen, dass die Form des Gefäßes die Beziehung zwischen den untersuchten Variablen beeinflusst und in der Lage sein, zu erklären, wie dies geschieht. ✓ Erkennen, dass eine Funktion auf verschiedene Arten zunehmen (und abnehmen) kann, nicht nur linear. ✓ Verschiedene Darstellungsformen des Funktionsbegriffs (Tabelle, Graph, Formel und verbale Beschreibung) miteinander verknüpfen. ✓ Bewusstsein für den Zusammenhang von funktionalen Beziehungen und ihren unterschiedlichen Darstellungsformen in konkreten Situationen. 		

Diese Materialien werden vom [FunThink Team](#) bereitgestellt, verantwortliche Institution: Pavel Jozef Šafárik-Universität in Košice, Slowakei.



Soweit nicht anders vermerkt, steht dieses Werk und sein Inhalt unter einer Creative Commons Lizenz ([CC BY-SA 4.0](#)). Ausgenommen sind Förderlogos und CC-Icons / Modul-Icons.

Aktivitäten

1. Stunde

Die Einführung der Unterrichtseinheit baut auf den Aktivitäten der vorangegangenen Stunde (Veränderung ist Veränderung) auf. Wenn die Lehrkraft diese Aktivitäten nicht durchgeführt hat, ist es notwendig, mehr Zeit für die GeoGebra-Aktivität 1 einzuplanen.

Die Lehrkraft führt die GeoGebra-Aktivität auf <https://www.geogebra.org/m/zjukzi4q> mit der Klasse durch. Klicken Sie dazu auf die Option "Klasse erstellen" oben rechts. Die Lehrkraft muss ein Konto auf geogebra.org angelegt haben.

Aktivierung

Aktivität 1

Heute werden wir die Graphen nachzeichnen. Klicke auf "+" und bewege das Kreuz um den Graphen so genau wie möglich zu zeichnen. Wie würdest du deine Bewegung beschreiben, wenn du den Graphen erfolgreich nachgezeichnet haben? Wiederhole dein Vorgehen für alle Graphen.

Ordne jedem Graphen eine Beschreibung zu:

1. Ansteigend mit einer konstanten Änderungsrate
2. Konstant
3. Abnehmend mit konstanter Änderungsrate
4. Abnehmend mit abnehmender Änderungsrate
5. Ansteigend mit abnehmender Änderungsrate
6. Abnehmend mit zunehmender Änderungsrate
7. Ansteigend mit zunehmender Änderungsrate

- *Die Schüler*innen werden zu Beginn der Aktivität in Gruppen eingeteilt. Jede Gruppe sollte aus drei oder vier Schüler*innen bestehen.*
- *In jeder Gruppe führen die Schüler*innen die Übung auf dem Tablet durch und einigen sich auf die Zuordnung von Beschreibungen zu jeder Kurve.*
- *Das Ziel der Übung ist es, sich auf eine verbale Beschreibung der Graphen zu einigen.*

Benötigte Materialien:

- Tablets

Zeitbedarf: 10 Minuten

- Im Rahmen der Diskussion über eine steigende Funktion mit zunehmender Änderungsrate und eine steigende Funktion mit abnehmender Änderungsrate kann die Lehrkraft ein Ereignis aus dem wirklichen Leben ansprechen, zum Beispiel die Pandemie COVID 19.
- Vor der nächsten Aktivität füllt die Lehrkraft die vorbereiteten Gefäße etwa bis zur Hälfte mit Wasser.

Aktivität 2

Schätze, in welchem Gefäß ist das meiste Wasser? Zeichne das Gefäß, das du gewählt hast.

Benötigte Materialien:

- Verschiedene Gefäße die später mit Wasser befüllt werden.

Zeitbedarf: 5 Minuten



Beispielgefäße

Erkundung

Aktivität 3

Bei dieser Aktivität arbeitest du mit verschiedenen Gefäßen. Gieße nach und nach je 30/50 ml Wasser in das Gefäß (insgesamt 150/350 ml Wasser).

Auf dem Arbeitsblatt:

1. Skizziere das Gefäß
 2. Überlege dir wie der Graph aussieht, der die Höhe des Wassers in Abhängigkeit des Volumens des Wassers für dein Gefäß zeigt.
 3. Notiere jedes Mal nachdem du 30ml Wasser in das Gefäß gegeben hast, die Höhe des Wassers in der Tabelle.
 4. Übertrage die Daten aus der Tabelle in einen Graphen.
 5. Beschreibe den entstandenen Graphen und vergleiche ihn mit deiner Vermutung aus Punkt 2.
-

<p>Sketch the vessel</p> 	<p>What do you think the graph will look like?</p> <div style="text-align: center;"> </div>
<p>Describe the graph you have received</p> 	
<p>Compare the sketch of the graph with the resulting graph</p> 	

Table

Volume (ml)													
Height (cm)													

In a square grid, draw a graph based on the data from the table.

Beispiel Arbeitsblatt

- Jede Gruppe sollte mit mindestens zwei verschiedenen Gefäßen arbeiten. Die Arbeitsblätter für jedes Gefäß unterscheiden sich im Gesamtvolumen des hinzugefügten

Wassers und in der enge des hinzugefügten Wassers für jeden Versuch. Zu den Gefäßen gehören ein zylinderförmiges Gefäß (lineares Wachstum), ein Gefäß, das sich nach oben hin verjüngt (der Graph der Funktion ist konvex), ein Gefäß, das sich erweitert (der Graph der Funktion ist konkav), ein Weinglas mit Stiel (der Graph beginnt nicht im Ursprung des Koordinatensystems) usw.

- Die Arbeitsblätter variieren je nach dem Gesamtvolumen des Gefäßes, mit dem die Schüler an der Station arbeiten (siehe Abbildungen unten).



A



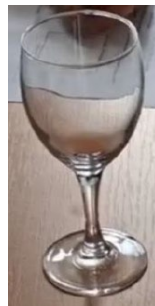
B



C



D



E



F

Gefäße an jeder Station

- Am Ende der Aktivität findet eine Diskussion mit den Schüler*innen statt. Die Gefäße werden an der Tafel skizziert und die Schüler*innen skizzieren den Graphen, den sie erhalten haben. Gruppen, die die gleichen Gefäße hatten, können ihre Ergebnisse vergleichen. Weitere mögliche Diskussionsfragen sind:
 - Welche Graphen aus der vorangegangenen Aktivität habt ihr bei euren Messungen beobachtet?
 - Was haben diese Graphen gemeinsam?
 - Wie würden sich die Graphen verändern, wenn man das Volumen des hinzugefügten Wassers schrittweise verringern würde?
 - Wann würden die Graphen der Funktion abnehmen?
 - Ist jeder der sieben Graphen aus Aktivität 1 in euren Messungen vertreten?
 - Warum war keiner der Graphen konstant?

Benötigte Materialien:

- Ein anderes Gefäß an jeder Station
- Ein Messbecher gefüllt mit Wasser (Scala in 5-ml Schritten)
- Arbeitsblätter
- Papierhandtücher

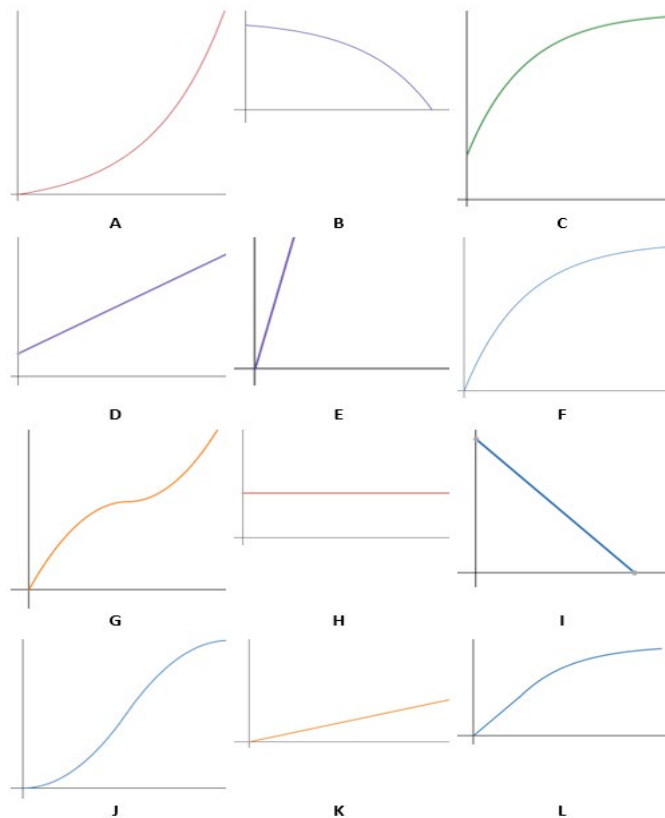
Zeitbedarf: 30 Minuten

2. Stunde

Vertiefen

Die Lehrkraft teilt jedem/jeder Schüler*in ein Paar von Graphen aus den untenstehenden Graphen wie folgt zu: Schüler*in 1 erhält AB, Schüler*in 2 erhält CD, Schüler*in 3 erhält EF, Schüler*in 4 erhält GH, Schüler*in 5 erhält IJ, Schüler*in 6 erhält KL, Schüler*in 7 erhält AB, ...

Die Schüler*innen, die die gleichen Paare von Graphen haben, werden sich später zu einer Gruppe zusammenschließen.



Aktivität 4

Jeder erhält zwei Abbildungen von Graphen, die die Abhängigkeit der Höhe des Wassers (y-Achse) vom Volumen des in das Gefäß eingefüllten Wassers (x-Achse) darstellen. Skizziere, wie ein Gefäß aussehen könnte, das deinen Graphen entspricht.

- Die Schüler*innen lösen das Problem in der Übung selbstständig.
- Während der Übung bereitet die Lehrkraft die Stationen für jedes Paar von Graphen für die nächste Übung vor.

Benötigte Materialien:

- Mindestens drei Kopien von jedem Bild (vorzugsweise vier), damit mindestens drei Schüler*innen an jeder Station arbeiten können.
- Leeres Papier für jede*n Schüler*in zum Skizzieren der Gefäße.

Zeitbedarf: 10 Minuten

Aktivität 5

Stelle dich an die Station, die durch die Buchstaben auf deinen Graphen gekennzeichnet sind. Vergleiche eure Zeichnungen der Gefäße. Was stellt ihr fest?

- Die Schüler*innen stellen sich mit ihren Skizzen der Gefäße an die Stationen, vergleichen und diskutieren sie und einigen sich dann darauf, wie die endgültige Skizze aussehen soll.
- Vor der Durchführung von Aktivität 5 bereitet die Lehrkraft Skizzen der Graphen vor, die die Schüler*innen an der Tafel erhalten haben.

Zeitbedarf: 10 Minuten

Aktivität 6

Skizziere die Gefäße entsprechend der an den Stationen getroffenen Absprachen.

- Nachdem sich die Schüler*innen geeinigt und das Gefäß auf ihren Arbeitsblättern skizziert haben, zeichnet ein*e Schüler*in von jeder Station das Gefäß an die Tafel. Haben sich die Schüler*innen nicht geeinigt, kommen mehrere Schüler*innen an die Tafel und jede*r skizziert das Gefäß, das er/sie für richtig hält.
- Die Lösungen werden gemeinsam mit der ganzen Klasse besprochen. Mögliche Fragen für die Diskussion sind:
 - Auf welche Skizze habt ihr euch letztendlich geeinigt und warum?
 - Hatten alle in der Gruppe die gleiche Gefäßskizze?
 - Begründet eure Skizze des Gefäßes.
 - Wenn jemand ein anderes Gefäß hatte, was war daran anders? Wie würde der entsprechende Graph aussehen?
 - Spielt das Volumen des Gefäßes eine Rolle?

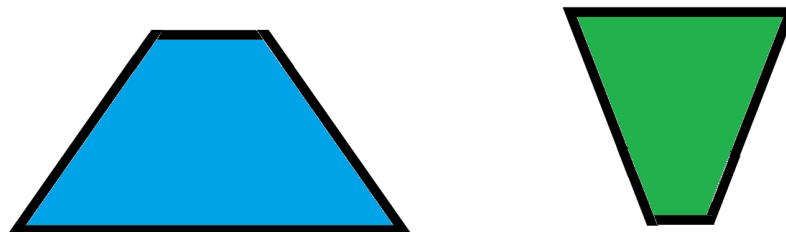
Zeitbedarf: 20 Minuten

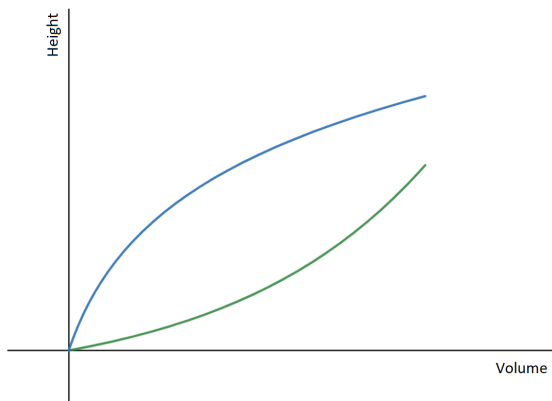
Vor der nächsten Aktivität füllt die Lehrkraft die vorbereiteten Gefäße wieder etwa zur Hälfte mit Wasser.

Aktivität 7

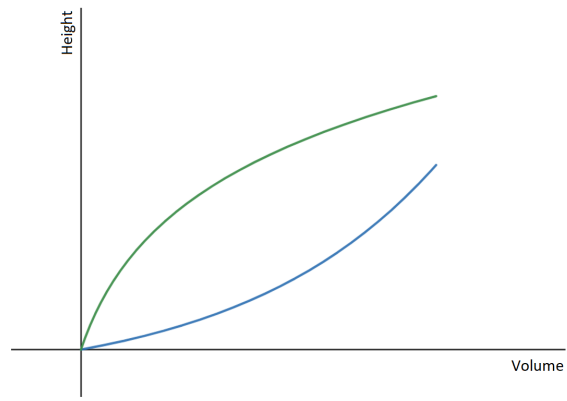
Wir haben die gleiche Menge Wasser in zwei Gefäße gegossen - ein blaues und ein grünes Gefäß (siehe Bilder).

Auf den Abbildungen sind Graphen zu sehen, die von Schüler*innen gezeichnet wurden und die die Abhängigkeit der Höhe des Wassers im Gefäß von der in das Gefäß eingefüllten Wassermenge beschreiben. Welcher Schüler oder welche Schülerin hat Recht und warum?

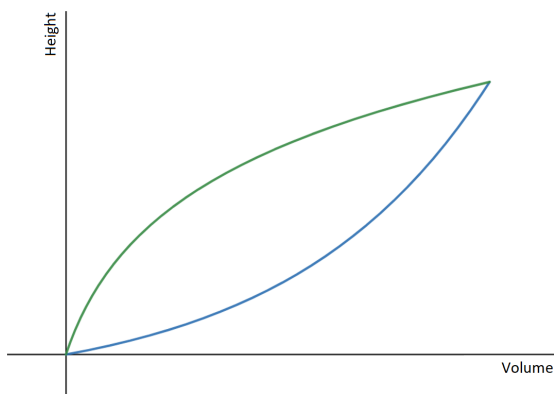




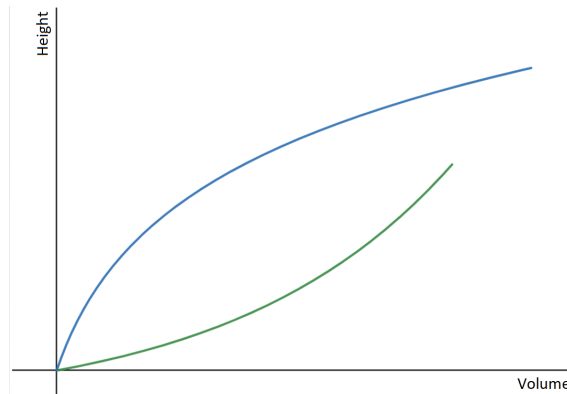
Ann: *Wie ich im Graphen zeige, wird das grüne Gefäß oben breiter und das blaue Gefäß wird nach oben hin schmaler und dennoch befindet sich in beiden Gefäßen das gleiche Wasservolumen.*



Brian: *Ich glaube, das Gegenteil ist der Fall. Das grüne Gefäß weitet sich nach oben, so dass die Linie nicht so schnell ansteigt, wie beim blauen Gefäß, das schneller ansteigt, wenn Wasser hinzugefügt wird.*



Emma: *Ich denke, Brian hat recht, aber die Linien sollten an einem Punkt enden, denn wir haben in beiden Gefäßen gleich viel Wasser.*



Philip: *Ich stimme Ann zu, aber wir wissen nicht, an welchen Punkten die Linien im Graphen enden.*

- Ziel der Übung ist es, herauszufinden, ob die Schüler*innen wissen, dass die Form des Gefäßes die Beziehung zwischen den untersuchten Variablen beeinflusst, ob sie in der Lage sind, zu erklären und zu überprüfen, wie dies geschieht und ob sie den Graph mit einer realen Situation in Verbindung bringen können.
- Die richtige Antwort wird von Brian angegeben. Meistens entscheiden sich die Schüler*innen zwischen Brian und Emma. Sie gehen davon aus, dass die Graphen zusammenhängen müssen, da das gleiche Volumen addiert wird. Ihnen ist nicht klar, dass in beiden Fällen der Endpunkt die gleiche x-Koordinate (Volumen) haben muss, die y-Koordinate aber unterschiedlich ist (Höhe des Wassers).

Zeitbedarf: 5 Minuten