



Scenariusz lekcji

Moduł:	Różne naczynia			
Liczba godzin:	1 - 2 lekcje			
Poziom klasy :	1 klasa liceum			
Krótki opis:	Na tej lekcji przyjrzymy się zależności pomiędzy objętością wody wlanej do naczynia, a wysokością wody w naczyniu (aspekt kowariancji pojęcia funkcji - zależność wysokości wody w naczyniu od objętość wody wlanej do naczynia). Opiszemy tę zależność dla naczyń o różnych kształtach. Będziemy stosować różne reprezentacje pojęcia funkcji (wykres, tabela, opis słowny). Uczniowie powinni zdawać sobie sprawę, że kształt naczynia wpływa na związek między badanymi zmiennymi i że każda stworzona przez nich reprezentacja ilustruje tę funkcjonalną zależność i zapewnia jej inną perspektywę.			
Zasady tworzenia:	Badanie			
	Sytuacyjność			
	Narzędzia cyfrowe			
	Ucieleśnienie			
Myślenie:	Wejście – Wyjście			
	Współzmiennność			
	Przyporządkowanie			
	Obiekt			
Cele:	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Naucz się uzupełniać wartości w tabeli i zaznaczać je na wykresie. ✓ Rozpoznaj, że kształt naczynia wpływa na związek między badanymi zmiennymi i umieć wyjaśnić, jak to się dzieje. ✓ Zrozum, że funkcja może rosnać (i maleć) na różne sposoby, nie tylko liniowo. ✓ Połącz różne reprezentacje pojęcia funkcji (tabela, wykres, reguła i opis słowny). ✓ Uświadom sobie powiązania relacji funkcjonalnych i ich różne reprezentacje w rzeczywistych sytuacjach. 			

Materiał ten udostępniła zespół [FunThink](#), instytucja odpowiedzialna: Uniwersytet Pawła Józefa Šafárika w Koszycach, Słowacja.



O ile nie zaznaczono inaczej, niniejsza praca i jej zawartość objęte są licencją Creative Commons ([CC BY-SA 4.0](#)). Wyłączone są logo finansowania i ikony CC/ikony modułów.

Wsparcie Komisji Europejskiej dla powstania tej publikacji nie oznacza poparcia jej treści, które odzwierciedlają wyłącznie poglądy autorów, a Komisja nie ponosi odpowiedzialności za jakiegokolwiek wykorzystanie informacji w niej zawartych.

Zajęcia

Lekcja 1

Wprowadzenie do lekcji opiera się na ćwiczeniach z poprzedniej lekcji (Zmiana to zmiana). Jeśli nauczyciel nie zrealizował tych ćwiczeń, konieczne jest przeznaczyć więcej czasu na Ćwiczenie 1 realizowane w GeoGebra.

Nauczyciel poprowadzi wraz z klasą ćwiczenie GeoGebra na stronie <https://www.geogebra.org/m/qynfuvn5>.

Konieczne jest kliknięcie opcji „Utwórz klasę” w prawym górnym rogu. Nauczyciel musi założyć konto na geogebra.org

Angażowanie

Aktywność 1

Dzisiaj będziemy śledzić krzywe. Kliknij „+”. Następnie przesuwaj go, aby jak najdokładniej prześledzić krzywą.

Jak opisałbyś swój ruch, gdy uda Ci się narysować krzywą?

Przypisz opisy do każdej krzywej:

1. Rosnące przy stałym tempie zmian
2. Stała
3. Zmniejszanie się przy stałym tempie zmian
4. Malejące wraz ze zmniejszającą się szybkością zmian
5. Rosnące przy malejącym tempie zmian
6. Zmniejszanie się wraz ze wzrostem tempa zmian
7. Rosnące wraz ze wzrostem tempa zmian

- *Na początku ćwiczenia podziel uczniów na grupy. Każda grupa powinna składać się z trzech lub czterech uczniów.*
- *W każdej grupie uczniowie wykonują ćwiczenie na tablecie i ustalają przypisanie opisów do poszczególnych krzywych.*
- *Celem ćwiczenia jest uzgodnienie słownego opisu wykresów.*

Sugerowane pomoce, narzędzia:

- *Tabletki*

Przewidywany czas: 10 minut (wliczając podział uczniów na grupy)

- W kontekście dyskusji o funkcji rosnącej przy rosnącym tempie zmian i funkcji rosnącej przy malejącym tempie zmian nauczyciel może przywołać realistyczne wydarzenie, na przykład pandemię Covid-19.
- Przed kolejnym ćwiczeniem nauczyciel napełni wodą przygotowane naczynia do około połowy ich wysokości.

- Każda grupa powinna spróbować pracować z co najmniej dwoma różnymi naczyniami. Arkusze kalkulacyjne dla każdego naczynia będą się różnić pod względem całkowitej objętości dodanej wody oraz ilości wody dodanej w każdej próbie. Naczynia obejmują naczynie w kształcie walca (wzrost liniowy), naczynie zwężające się ku górze (wykres funkcji jest wypukły), naczynie rozszerzające się (wykres funkcji jest wklęsły) oraz kieliszek do wina z nóżką (wykres nie zaczyna się od początku układu współrzędnych) itp.
- Arkusze ćwiczeń różnią się w zależności od całkowitej objętości naczynia, z którym uczniowie pracują (patrz rysunki poniżej).



A



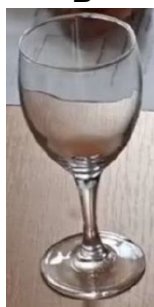
B



C



D



E



F

Przykłady różnych naczyń

- Na zakończenie zajęć odbędzie się dyskusja z uczniami. Na tablicy naszkicujemy naczynia, a uczniowie, którzy z nimi pracowali, naszkicują otrzymany od nich wykres. Grupy posiadające te same naczynia mogą porównać swoje wyniki. Inne możliwe pytania do dyskusji to:
 - Które wykresy z poprzedniej aktywności zaobserwowałeś w swoich pomiarach?
 - Co mają wspólnego te wykresy?
 - Jak zmieniłyby się wykresy, gdybyś stopniowo zmniejszał objętość dodawanej wody?
 - Kiedy wykresy funkcji będą malejące?
 - Czy każdy z siedmiu wykresów z Ćwiczenia 1 jest przedstawiony w Twoich pomiarach?
 - Dlaczego żaden z wykresów nie był stały?

Sugerowane pomoce, narzędzia:

- W każdym miejscu inne naczynie
- Cylinder miarowy napełniany wodą w porcjach co 5 ml
- Arkusze ćwiczeń
- Papierowe ręczniki

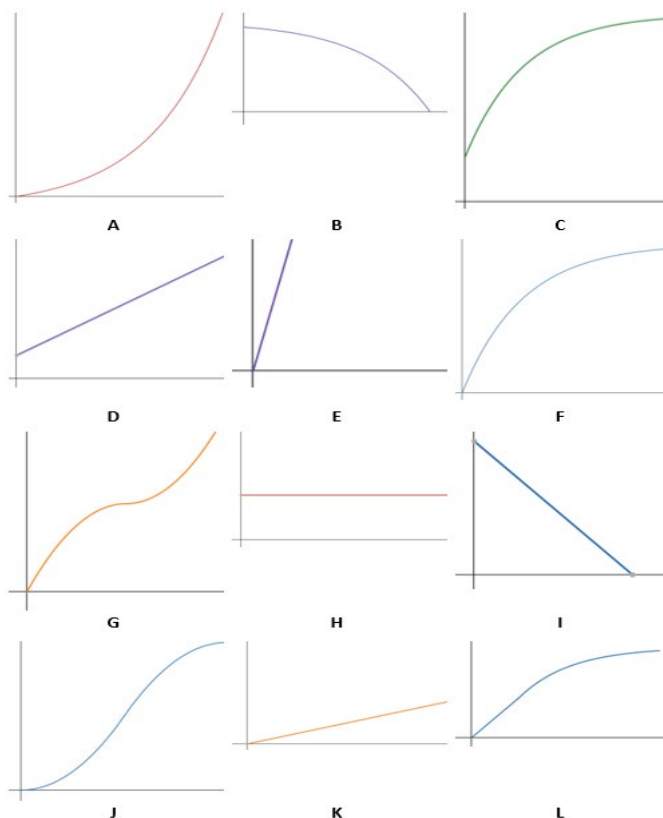
Szacowany czas: 30 minut

Lekcja 2

Opracuj/Oceń

Nauczyciel przydziela każdemu uczniowi parę wykresów przedstawionych poniżej w następujący sposób: uczeń 1 ma przypisany AB, uczeń 2 ma przypisany CD, uczeń 3 ma przypisany EF, uczeń 4 ma przypisany GH, uczeń 5 ma przypisany IJ, uczeń 6 przypisano KL, uczniowi 7 przydzielono AB, ...

Uczniowie, którzy mają te same pary wykresów, później połączą się, tworząc jedną grupę.



Aktywność 4

Każdemu uczniowi zostaną przydzielone dwa wykresy przedstawiające zależność wysokości poziomu wody (oś y) od objętości wody wlanej do naczynia (oś x). Naszkicuj, jak mógłby wyglądać kształt naczynia odpowiadający Twoim wykresom.

- Uczniowie samodzielnie rozwiązują problem.
- W trakcie ćwiczenia nauczyciel przygotowuje stanowiska dla każdej pary wykresów do kolejnego ćwiczenia.

Sugerowane pomoce, narzędzia:

- Co najmniej trzy egzemplarze każdego wykresu (najlepiej cztery), tak aby przy każdym stanowisku mogło pracować minimum trzech uczniów.
- Czysty papier dla każdego ucznia, aby naszkicował naczynia.

Szacowany czas: 10 minut

Aktywność 5

Uczniowie stoją na stanowiskach oznaczonych literami na wykresach. Uczniowie porównują swoje rysunki kształtów naczyń. Co zauważyłeś?

- *Uczniowie porównują je i omawiają, a następnie dochodzą do porozumienia co do tego, jak powinien wyglądać ostateczny szkic.*
- *Przed wykonaniem ćwiczenia 5 nauczyciel przygotowuje szkice wykresów, które uczniowie przygotowali na tablicy.*

Szacowany czas: 10 minut

Aktywność 6

Naszkicuj kształty naczyń zgodnie z ustaleniami zawartymi podczas prezentacji.

- *Po tym, jak uczniowie zgodzili się i naszkicowali naczynia na swoich arkuszach ćwiczeń, jeden uczeń z każdego stanowiska szkicuje kształt na tablicy. Jeżeli uczniowie nie ustalili wspólnego kształtu, do tablicy podchodzi kilku uczniów i każdy szkicuje naczynie, które według niego jest prawidłowe.*
- *Rozwiązania omawiamy wspólnie z całą klasą. Możliwe pytania do dyskusji to:*
 - o *Jaki był ostateczny szkic, na który się zgodziliście i dlaczego?*
 - o *Czy wszyscy w grupie mieli ten sam szkic kształtu naczynia?*
 - o *Uzasadnij swój szkic.*
 - o *Jeśli ktoś miał inny kształt, co się w nim zmieniło? Jak wyglądałby odpowiedni wykres?*
 - o *Czy objętość naczynia ma znaczenie?*

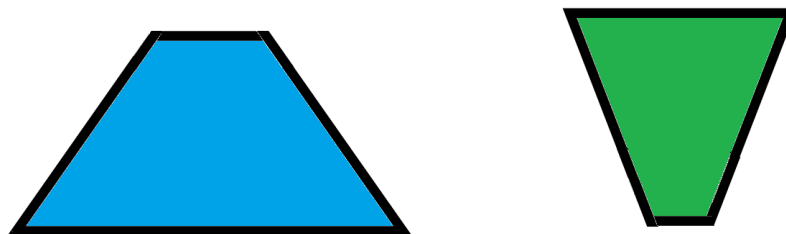
Szacowany czas: 20 minut

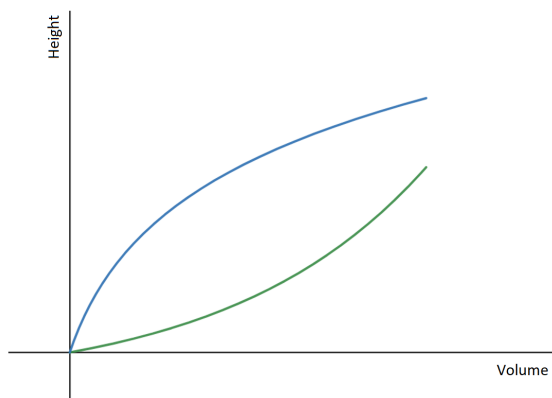
Przed kolejną czynnością nauczyciel ponownie napełni wodą przygotowane naczynia do około połowy ich wysokości.

Aktywność 7

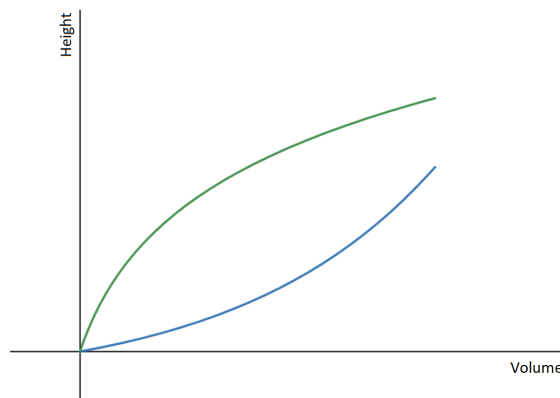
Do dwóch naczyń – niebieskiego i zielonego wlałyśmy taką samą objętość wody (patrz zdjęcia).

Na ilustracjach znajdują się narysowane przez uczniów wykresy opisujące zależność wysokości wody w naczyniu od objętości wody wlanej do naczynia. Który uczeń ma rację i dlaczego?

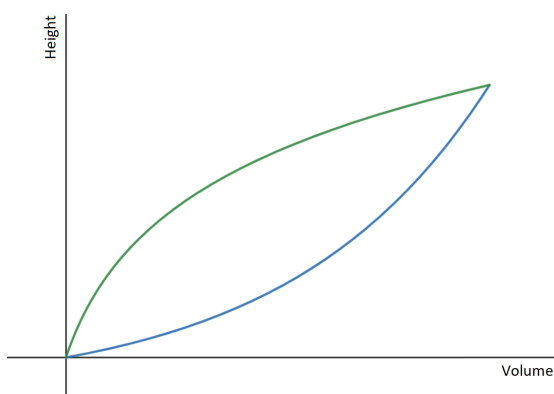




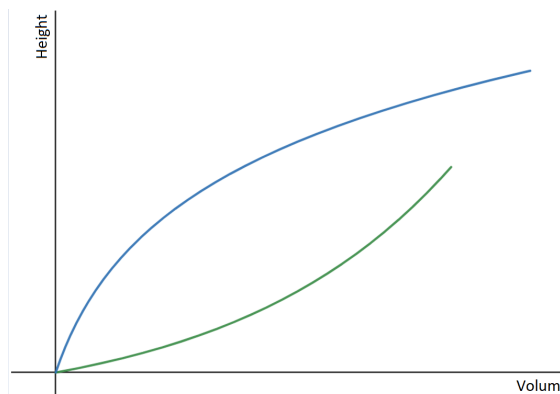
Ann: Jak pokazuję na wykresie, zielone naczynie rozszerza się u góry, a niebieskie naczynie zwęża się w górę, a mimo to w obu naczyniach jest taka sama objętość wody.



Brian: Myślę, że jest odwrotnie. Zielone naczynie rozszerza się u góry, więc poziom wody nie podnosi się tak szybko w porównaniu do niebieskiego naczynia, w którym rośnie szybciej w miarę dodawania wody.



Emma: Myślę, że Brian ma rację, ale linie powinny kończyć się w jednym miejscu, ponieważ w obu naczyniach mamy tyle samo wody.



Philip: Zgadzam się z Ann, ale nie wiemy, w których punktach zatrzymują się linie na wykresie.

- Celem ćwiczenia jest sprawdzenie, czy uczniowie mają świadomość, że kształt naczynia wpływa na zależności pomiędzy badanymi zmiennymi, potrafią wyjaśnić i zweryfikować, jak to się dzieje oraz sprawdzić, czy potrafią powiązać wykres z rzeczywistym faktem - sytuacja życiowa.
- Prawidłową odpowiedź wskazuje Brian. Najczęściej uczniowie wybierają pomiędzy Brianem i Emmą. Szacują, że wykresy muszą się połączyć, ponieważ wleto tę samą objętość. Nie zdają sobie sprawy, że w obu przypadkach punkt końcowy musi mieć tę samą współrzędną x (objętość), ale współrzędną y będzie inna (wysokość wody).

Szacowany czas: 5 minut