

FUNTHINK MATERIAŁY DLA NAUCZYCIELI SZKOLNICTWA PODSTAWOWEGO

MODUŁ 2: MYŚLENIE FUNKCYJNE W SCENARIUSZACH ODLEGŁOŚCI-CZAS

Ogólne cele dydaktyczne szkoły podstawowej / kształcenia nauczycieli:

1. Rozumowanie ilościowe:
 - Jakie wielkości się różnią?
 - Jak zmieniają się wielkości?
 - W jaki sposób odpowiadają?
 - Widok obiektu
2. Reprezentacje funkcji (ekspertyza adaptacyjna/płynność)
 - Poruszanie się pomiędzy reprezentacjami (tabela/wykres/liczby/mapa/historia)
 - Powiązanie reprezentacji i sytuacji

Te cele nauczania wysuwają się na pierwszy plan w trzech modułach:

1. Wariancja-kowariancja
2. Wykresy odległość-czas
3. Wzory

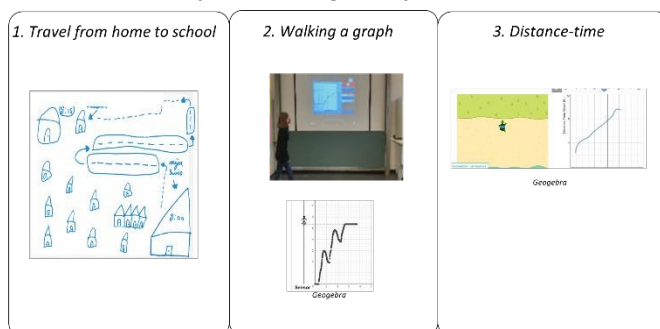
Każdy z tych modułów zawiera zagadnienia związane z_:

- ... doświadczeniem współzmiennych wielkości
- ...identyfikacją wielkości współzmiennych; śledzeniem ich zmian
- ...wyjaśnianiem, w jaki sposób wielkości są ze sobą powiązane
- ...opisywaniem relacji korespondencji

Kluczowymi zasadami w każdym z tych modułów są zmienne, relacje i uogólnienia; kluczowe są procesy dostrzegania, opisywania, uzasadniania, przedstawiania, uogólniania, refleksji i stosowania.

W tym dokumencie znajdziesz materiały dla nauczyciela do **Modułu 2: Myślenie funkcyjne w scenariuszach odległość-czas**. Moduł ten składa się z trzech głównych działań:

1. Podróż z domu do szkoły
2. Chodzenie przed czujnikiem ruchu i tworzenie wykresów odległość-czas
3. Badanie związku między wykresami odległość-czas a ruchem w środowisku cyfrowym



Materiał ten udostępnia zespół [FunThink Team](#), instytucja odpowiedzialna: IPABO University of Applied Sciences, Amsterdam/Alkmaar, Netherlands



O ile nie zaznaczono inaczej, niniejsza praca i jej zawartość objęte są licencją Creative Commons ([CC BY-SA 4.0](#)). Wyłączone są logo finansowania i ikony CC/ikony modułów.

Wsparcie Komisji Europejskiej dla produkcji tej publikacji nie stanowi poparcia dla treści, które odzwierciedlają jedynie poglądy autorów, a Komisja nie może zostać pociągnięta do odpowiedzialności za jakiegokolwiek wykorzystanie informacji w niej zawartych.

Plan lekcji Moduł 2

Moduł:	Myślenie funkcyjne w scenariuszach odległość-czas		
Godziny nauczania:	2x 60 min (zajęcia indywidualne, cała klasa) lub 1 x 120 min		
Poziom klasy/przedział wiekowy:	4-6 (9-12 lat)		
Krótki opis:	<p>W tym module uczniowie badają wykresy odległość-czas. Najpierw tworzą wykres własnej podróży z domu do szkoły. Następnie używają eksperymentów w świecie rzeczywistym i apletu Desmos.</p> <p>Zrozumienie wykresów jest lepsze dzięki bezpośredniemu powiązaniu doświadczenia fizycznego (ruchu) z postrzegalnymi wizualnie informacjami na wykresie (nachylenie, pozycja, kierunek). Sytuacja „chodzenia po wykresie” opisuje zależność między odległością do stałego punktu/czujnika a czasem potrzebnym do wykonania ruchu. Uczniowie aktywnie doświadczają tej sytuacji, spacerując w realnym eksperymencie przed czujnikiem ultradźwiękowym w klasie, a także cyfrowo korzystając ze środowiska Desmos.</p> <p>Celem tego modułu jest rozwijanie rozumienia relacji funkcyjnych.</p> <p>Moduł angażuje uczniów w związek między odległością a czasem, bada reprezentację graficzną oraz tempo zmian w scenariuszach odległość/czas.</p>		
Zasady projektowania:	Nauczania problemowe		
	Sytuacyjność		
	Narzędzia cyfrowe		
	Ucielesnienie		
	<ul style="list-style-type: none"> - Nauka oparta na dociekaniach: uczniowie badają i dowiadują się, które ruchy tworzą jakie rodzaje wykresów; Uczniowie dowiadują się, w jaki sposób zawartość wykresu odnosi się do ruchu ich własnego lub żółwia; - Usytuowanie: uczniowie widzą bezpośrednią reprezentację własnego ruchu (lub ruchu żółwia); - Cyfrowy: przeniesienie z aktywności fizycznej do czynności cyfrowej, z czujnika ruchu do aplikacji na komputerze - Wykonanie: Uczniowie łączą swój własny ruch fizyczny (lub ruch żółwia) z formalną reprezentacją wykresów odległości i czasu. 		
Myślenie funkcyjne:	Wejście wyjście		
	Kowariancja		
	Korespondencja		
	Obiekt		

Cele nauczania:

- Uczniowie uczą się identyfikować i nazywać wielkości, które różnią się w danych scenariuszach
- Studenci uczą się, jak wyrażać i koordynować współzmiennność dwóch wielkości
- Studenci uczą się identyfikować i przedstawiać (werbalnie, symbolicznie i graficznie) relację korespondencji między dwiema wielkościami
- Studenci uczą się tworzyć i interpretować wykresy zależności funkcyjnych
- Uczniowie uczą się uogólniać (werbalnie i symbolicznie) relację korespondencji między dwiema wielkościami
- Studenci uczą się używać wyrażeń funkcyjnych do modelowania rzeczywistych scenariuszy

Aktywność 1.

Podróż z domu do szkoły

To ćwiczenie wprowadzające wymaga udziału całej klasy.

Wstęp

Nauczyciel rozmawia z uczniami na temat środka transportu, którym docierają do szkoły.

Po rozmowie nauczyciel prosi uczniów, aby schematycznie przedstawili swoją podróż z domu do szkoły w taki sposób, aby ktoś inny mógł zrozumieć, co się stało. Uczniowie mogą używać słów w swojej reprezentacji. Nauczyciel zadaje pytania, aby naprowadzać uczniów:

- *Jakie informacje warto zawrzeć?*
- *Jakie są ważne momenty w Twojej drodze do szkoły?*
- *Jakie informacje są potrzebne innym osobom, aby zrozumieć/zrekonstruować Twoją podróż?*

Sugerowane narzędzia/materiały/:

- Papier
- (kolorowe) Ołówki lub markery

Szacowany czas trwania: 10 minut

Dyskusja całej klasy

Nauczyciel omawia z uczniami utworzone reprezentacje. Nauczyciel zadaje pytanie: „Co różne sposoby przedstawienia mówią nam o podróżowaniu, a czego nie pokazują?” Nauczyciel może zadawać dodatkowe pytania, takie jak:

- *Czego jeszcze potrzebujemy, aby móc jasno zrozumieć reprezentację?*
- *Czy inni uczniowie uwzględnili te informacje?*
- *Czego możemy się dowiedzieć, porównując różne reprezentacje?*
- *Jakie zmienne uwzględniliśmy? (Czas czy odległość?)*
- *Czy byłoby możliwe przedstawienie Twojej podróży na linii prostej (osi)?*

Szacowany czas trwania : 10 minut

Aktywność 2.

2a. Chodzenie po wykresie

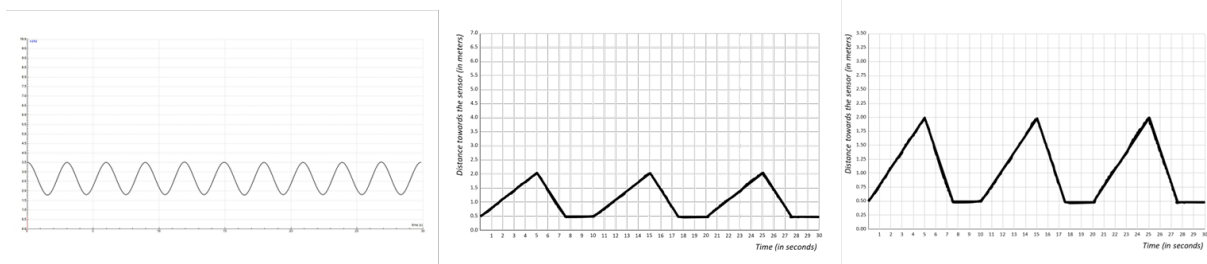
To ćwiczenie może wykonać połowa uczniów lub cała klasa. Jeśli ćwiczenie jest wykonywane w grupach, druga połowa klasy najpierw wykona ćwiczenie 2b.

Krok 1. Nauczyciel rozpoczyna, prosząc jednego z uczniów, aby wyszedł na przód, wykonał ruch (chodzenie do przodu/do tyłu, stanie w jednej pozycji...). Ruch ucznia jest rejestrowany za pomocą czujnika ruchu i wyświetlany w postaci wykresu na ekranie projekcyjnym. Nauczyciel prowadzi dyskusję i zadaje pytania:

- W jaki sposób wykres i ruch odpowiadają sobie?
- Czy potrafisz chodzić według wzoru (np. zygzakiem)?

Krok 2. Nauczyciel dzieli uczniów na małe grupy. Każda grupa otrzymuje dwa lub trzy przykładowe wykresy. Uczniowie proszeni są o rozpoczęcie od jednego z trzech wykresów i opracowanie „planu chodzenia” dla chodzenia po przedstawionych wykresach. Nauczyciel mówi uczniom, że plan chodzenia powinien być napisany tak, aby każdy inny mógł odtworzyć ten konkretny wykres. Następnie uczniowie proszeni są o wykonanie planu marszu przed czujnikiem, aby sprawdzić, czy ich opis pasuje do przykładowego wykresu. Nauczyciel prowadzi dyskusję i zadaje pytania:

- Czy utworzony wykres wygląda podobnie do pierwszego przykładowego wykresu?
- Jakie są różnice i dlaczego istnieją różnice?
- Jak możesz dostosować sposób chodzenia w taki sposób, aby wykres był bardziej podobny do przykładu i dlaczego?



Krok 3. Nauczyciel pokazuje pozostałe dwa wykresy i prosi uczniów o opisanie wykresu i odpowiadającego mu ruchu.

Krok 4. Uczniowie są proszeni o samodzielne narysowanie wykresu i odtworzenie tego wykresu, przechodząc przed czujnikiem ruchu.

Sugerowane narzędzia/materiały/:

- Laptop(y) z oprogramowaniem Coach 7 (wersja lite dostępna bezpłatnie pod adresem: https://cma-science.nl/coach-7-lite_pl)
- Czujnik(i)
- Przykładowe wykresy

Szacowany czas trwania: 40 minut

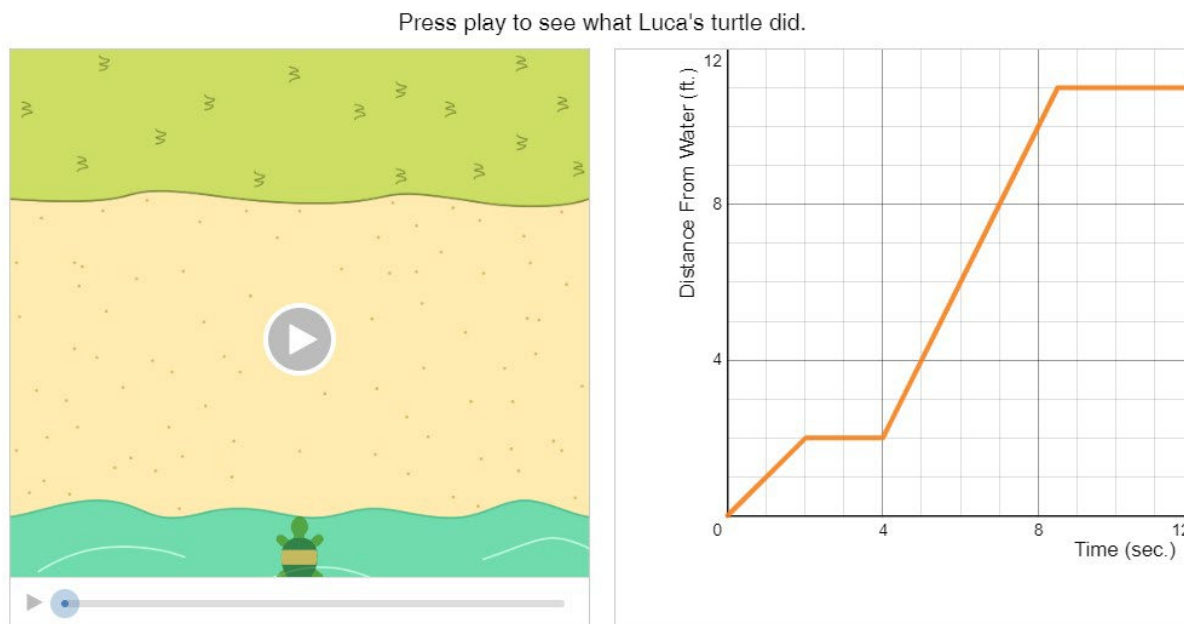
Ćwiczenie 2b: Eksploruj odległość-czas za pomocą aplikacji Desmos (żółw)

Wstęp

Nauczyciel otwiera aplikację Desmos, rysuje wykres i pokazuje odpowiedni ruch żółwia. Nauczyciel prosi uczniów, aby opisali ruch słowami. Nauczyciel omawia, jakiego rodzaju wielkości są zawarte w opisach.

Badanie

Uczniowie pracują w parach nad aplikacją Desmos na swoich urządzeniach (najlepiej na tabletach), jak pokazano poniżej:



Uczniowie są proszeni o narysowanie punktów i różnych szkiców oraz opisanie, jak porusza się żółw, odtwarzając wideo.

Nauczyciel kieruje działaniami uczniów:

- Narysuj punkty i opisz położenie żółwia;
- Narysuj różne szkice i opisz, jak porusza się żółw;
- Narysuj szkic i obserwuj podróż żółwia. Narysuj bardziej stromą linię, jak zmienia się podróż żółwia?
- Narysuj szkice linii, które zaczynają się od różnych punktów na osi Y i obserwuj podróż żółwia. Jak zmienia się podróż żółwia?

Nauczyciel może również kierować uczniami, zadając pytania (np.):

- Jakie wielkości są pokazane na obu osiach?
- Jak zmienia się podróż żółwia?
- W jaki sposób ruch żółwia odnosi się do zmiany kształtu wykresu?
- Czy możesz postawić hipotezę dotyczącą podróży żółwia na podstawie wykresu?
- Czy możesz zakryć wykres i postawić hipotetyczny kształt wykresu na podstawie podróży żółwia?

Sugerowane narzędzia/materiały/:

- Urządzenia typu tablet
- Aplikacja Desmos o PL: [https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5ddbf9ae009cd90bcdeaadd7?lang=nl&collections=featured - kolekcje%2C5da6476150c0c36a0caf8ffb#preview/8809fa03 - a71e - 45d9 - b2cd - bef8ee337602](https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5ddbf9ae009cd90bcdeaadd7?lang=nl&collections=featured-kolekcje%2C5da6476150c0c36a0caf8ffb#preview/8809fa03-a71e-45d9-b2cd-bef8ee337602)

Szacowany czas trwania: 40 minut

Aktywność 3.

Podsumowanie + ocena działań

Nauczyciel zastanawia się nad zajęciami, zadając uczniom pytanie: „Gdybyś musiał opowiedzieć w domu, co robiłeś dzisiaj na lekcji, co byś powiedział?”. Nauczyciel zadaje pogłębiające pytania na podstawie odpowiedzi dzieci i pozwala im opowiedzieć, czego nauczyły się podczas tych zajęć.

Nauczyciel może również zapewnić uczniom dwie oceny, aby przetestować obecne rozumienie myślenia funkcyjnego w scenariuszach związanych z ruchem i analizą odległości. Zobacz elementy na następnych stronach.

Wszystkie działania związane z oceną pochodzą z badania Duijzera (2020).

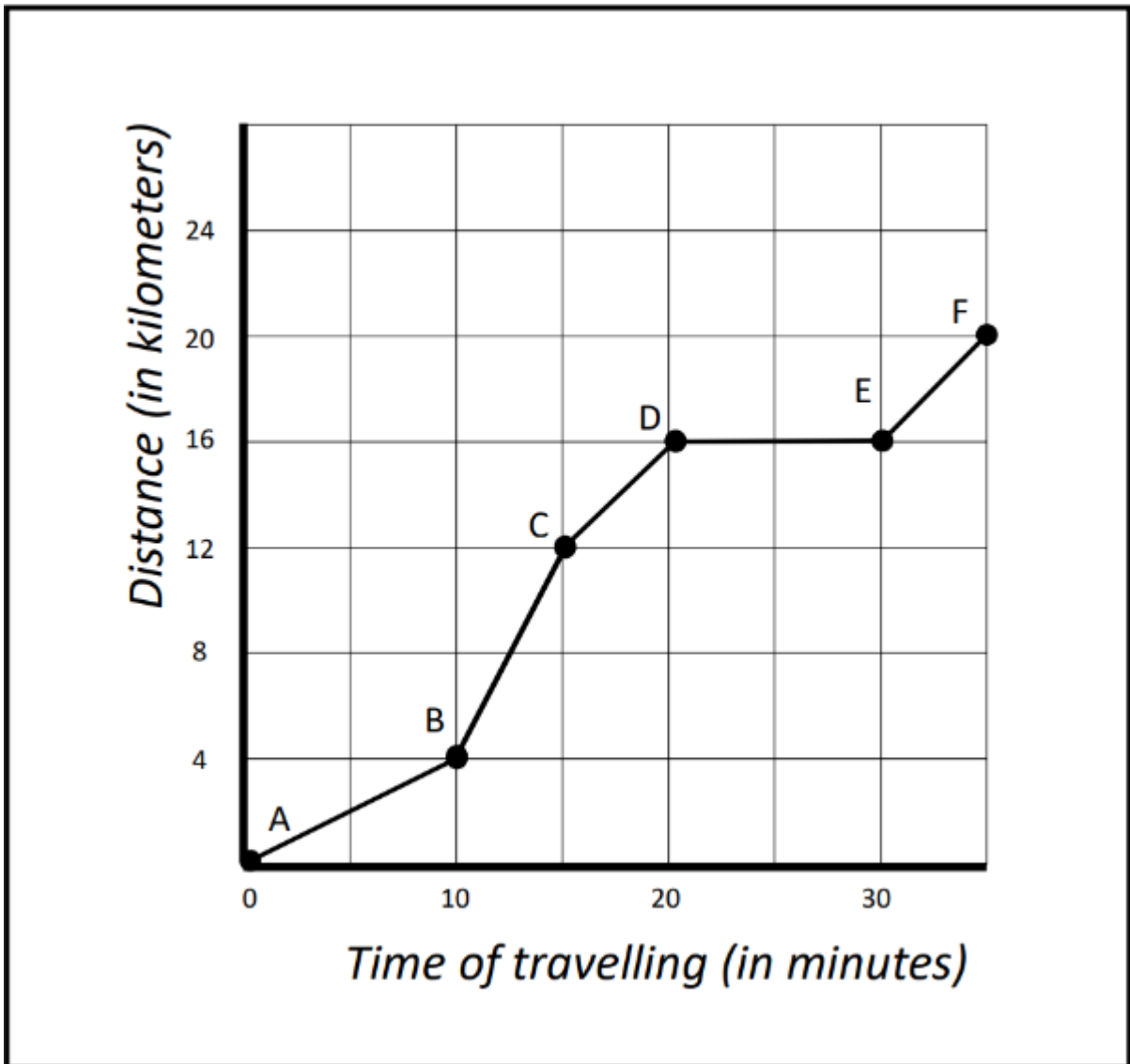
Duijzer, C. (2020). *Droga do zrozumienia: Rozumowanie o wykresach w nauczaniu matematyki na poziomie podstawowym* [Rozprawa doktorska, Uniwersytet w Utrechcie]. Repozytorium Uniwersytetu w Utrechcie. <https://dspace.library.uu.nl/handle/1874/398915>

Szacowany czas trwania: 20 minut

POZYCJE OCENY

1. Jazda samochodem.

Samochód jedzie przez miasto:

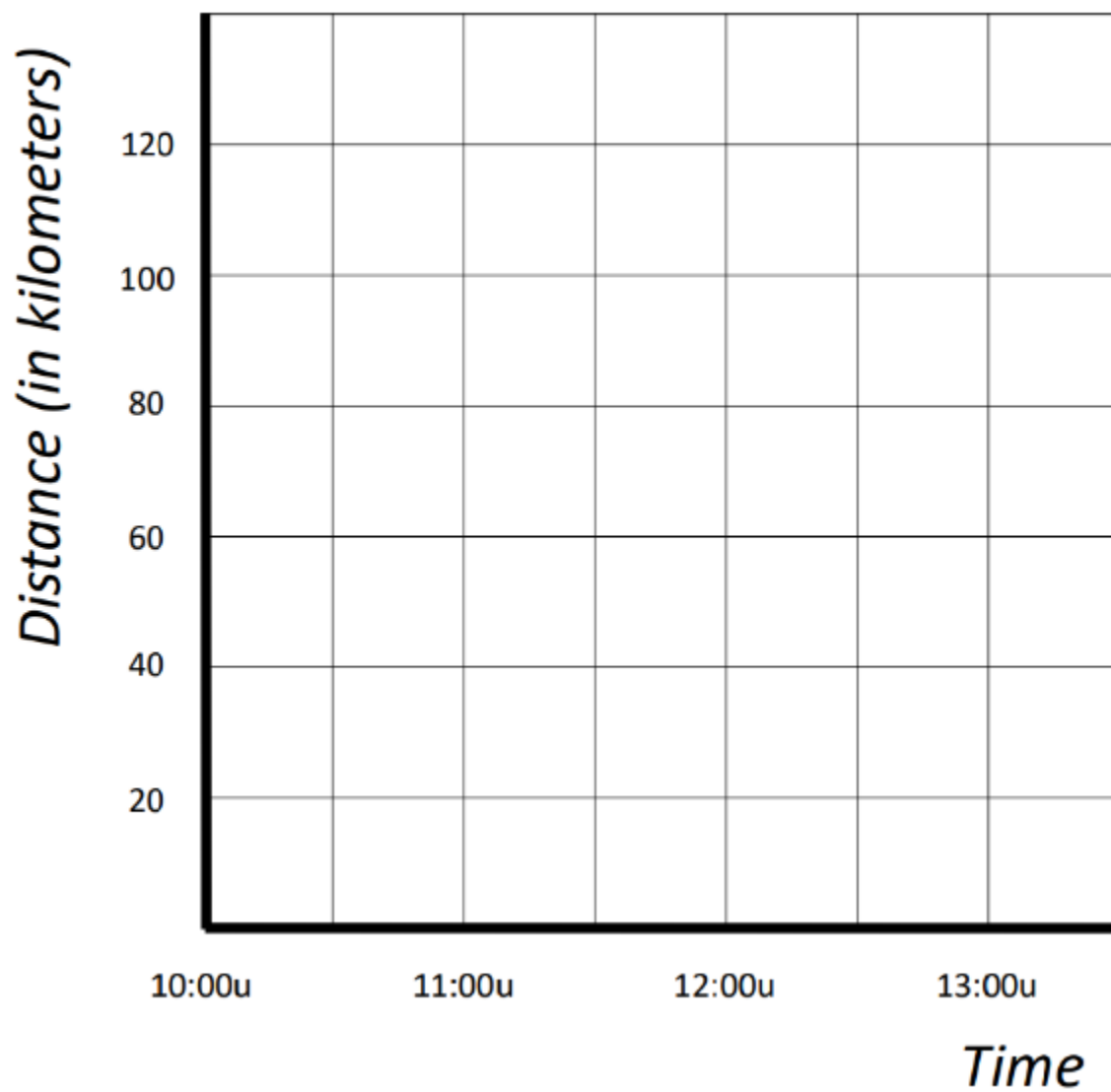


Pomiędzy którymi punktami samochód jedzie najszybciej? Skąd wiesz?

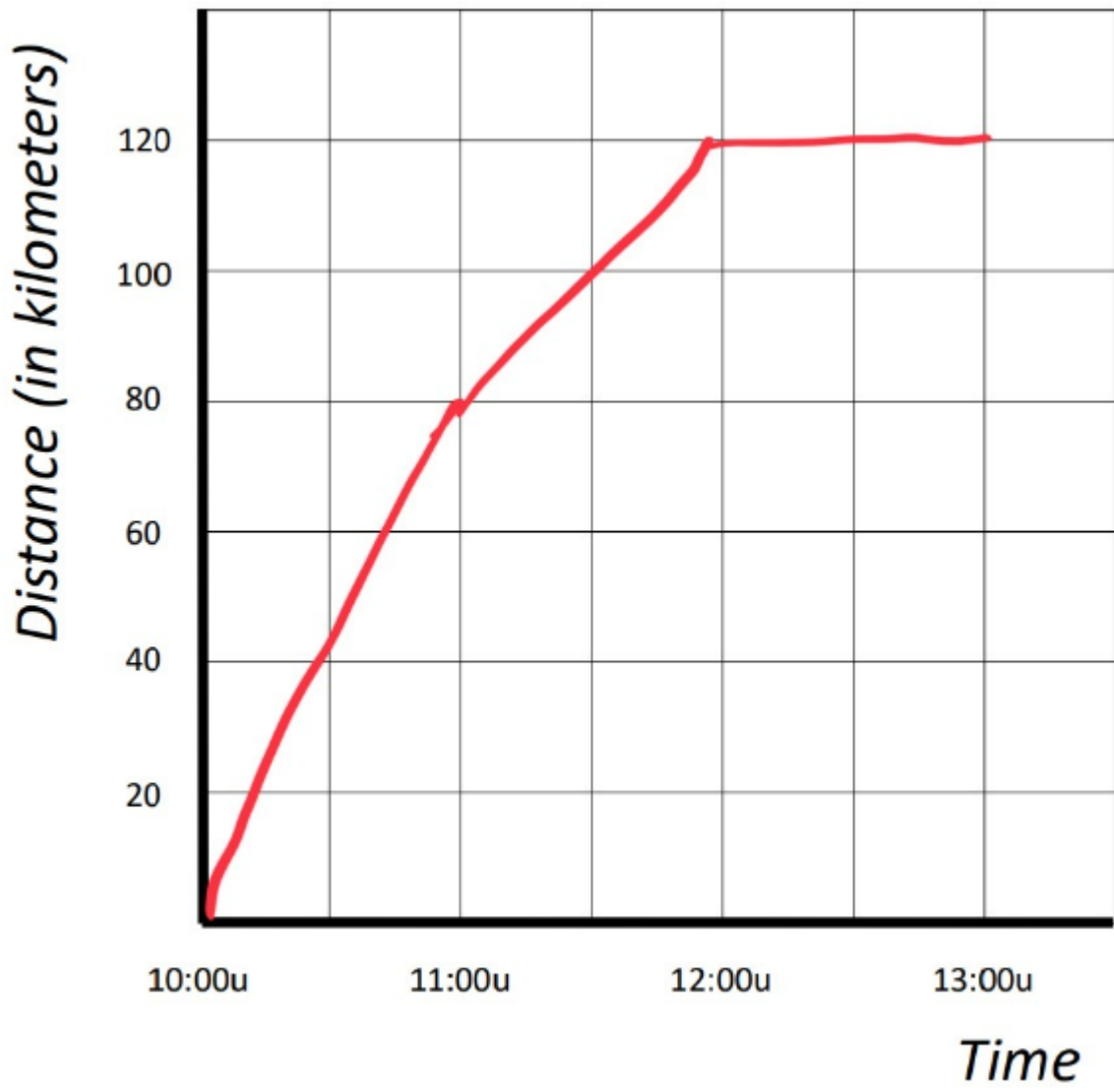
2. Przejazdźka pociągiem.

Pociąg jedzie **dwa razy szybciej** między **10:00 a 11:00** niż między **11:00 a 12:00**. Pociąg stoi w miejscu od **12:00 do 13:00**.

Narysuj wykres pasujący do powyższego opisu. Skąd wiesz?



Możliwa poprawna odpowiedź:



1. Jazda samochodem.

Poziomy rozumienia z rosnącym zaawansowaniem:

R0: unrelated reasoning

R1: Iconic reasoning

R2: Single variable reasoning

R3: Multiple variable reasoning

2. Przejazdźka pociągiem.

Poziomy rozumienia z rosnącym zaawansowaniem (na podstawie rozwiązań graficznych)

R0: wykres nielogiczny bez uwzględnienia opisu sytuacji ruchowej

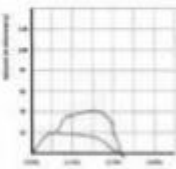
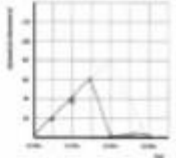
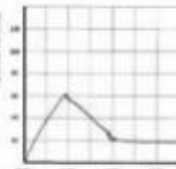
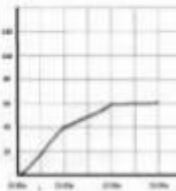
R1: Wykres oparty na powierzchniowej charakterystyce zdarzenia ruchu

R2: Wykres uwzględniający poprawnie pojedynczą zmienną

R3: Wykres poprawnie uwzględniający wiele zmiennych

Table 4

Coding scheme used for students' level of reasoning on the graph interpretation and graph construction tasks

Level of reasoning	Code	Description of students' reasoning	
		Graph interpretation <i>Example</i>	Graph construction <i>Example</i>
Unrelated reasoning	R0	<p>Student reasons... ...without referring to the graphical representation or the motion event <i>"You can see"</i> <i>"I guessed"</i></p>	<p>Student constructs graph... ...without taking the description of the motion event into account</p> 
Iconic reasoning	R1	<p>...on the basis of the shape of the graphical representation or superficial characteristics of the motion event <i>"Because those two points are the highest"</i> <i>"Over there the line is the longest"</i></p>	<p>...on the basis of superficial characteristics of the description of the motion event</p> 
Single variable reasoning	R2	<p>...on the basis of a single variable (distance or time or speed) <i>"Between B and C, the line goes upwards from 4 till 12, so he gives a lot of gas"</i> <i>"There he drives 8 kilometers and everywhere else this is 4 or less"</i></p>	<p>...taking into consideration a single variable (distance or time or speed)</p> 
Multiple variable reasoning	R3	<p>...on the basis of multiple variables (distance and/or time and/or speed) <i>"The car drives 8 kilometers in 5 minutes. So, in the shortest period of time, the most kilometers."</i></p>	<p>...taking into consideration multiple variables (distance and/or time and/or speed)</p> 

Note. The complete coding scheme, including examples of student responses per task, can be found in Appendix 4.1 (graph interpretation) and Appendix 4.2 (graph construction).