

# Handreichung

<b>Modul:</b>	Funktionsmaschine		
<b>Zeitbedarf:</b>	3 x 40 min		
<b>Zielgruppe:</b>	Klassen 5-6 (10-12 Jahre)		
<b>Kurze Beschreibung:</b>	Das Modul befasst sich mit den Funktionsmaschinen, der grafischen Darstellung der Zusammenhänge zwischen Eingabe- und Ausgabewerten und der Suche nach der Regel, die den Eingabe- und Ausgabewerten entspricht.		
<b>Designprinzipien:</b>	<b>Forschendes Lernen</b>		
	<b>Situiertheit</b>		
	<b>Digitale Werkzeuge</b>		
	<b>Embodiment</b>		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Bedeutungsvoll:</b> Das Modul baut auf dem intuitiven Wissen und den Alltagserfahrungen der Schüler*innen mit realen Szenarien auf</li> <li>• <b>Embodiment:</b> Wahrnehmungs- und Bewegungserfahrungen (action-perception) mit dem Erkennen der Zuordnungsvorstellung zwischen den Ein- und Ausgabewerten, das Verständnis der Beziehung zwischen den beteiligten Größen mit konkreten Handlungen zu begründen</li> <li>• <b>Forschendes Lernen:</b> Erkunden von qualitativen und quantitativen Zusammenhängen (additive, multiplikative und lineare)</li> <li>• <b>Digital:</b> Einsatz von Tablets mit entsprechenden Apps</li> <li>• <b>Situiertheit:</b> die Zuordnung zwischen Größen aus Datenmengen (Ein- und Ausgabewerte) werden thematisiert, tabellarisch dargestellt, beschrieben und mathematisiert</li> </ul>		
<b>Funktionales Denken:</b>	<b>Input – Output</b>		
	<b>Kovariation</b>		
	<b>Zuordnung</b>		
	<b>Objekt</b>		
<b>Lernziele:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Arithmetische Operationen implizit als Funktionen verstehen</li> <li>✓ Funktionen als Input-Output Beziehung verstehen</li> <li>✓ Additive, multiplikative und lineare Beziehungen erkennen, verallgemeinern und ausdrücken</li> <li>✓ Funktionale Begriffe verwenden, um reale Szenarien zu modellieren</li> </ul>		

Diese Materialien werden vom [FunThink Team](#) bereitgestellt, verantwortliche Institution:

Team of Mathematics Education – Department of Education University of Cyprus

Marios Pittalis (pittalis.marios@ucy.ac.cy)

Eleni Demosthenous (demosthenous.eleni@ucy.ac.cy)

Eleni Odysseos (odysseos.o.eleni@ucy.ac.cy)

Soteris Loizias (loizias.soteris@gmail.com)



Soweit nicht anders vermerkt, steht dieses Werk und sein Inhalt unter einer Creative Commons Lizenz ([CC BY-SA 4.0](#)). Ausgenommen sind Förderlogos und CC-Icons / Modul-Icons.

Die Unterstützung der Europäischen Kommission für die Erstellung dieser Veröffentlichung stellt keine Billigung des Inhalts dar, welcher nur die Ansichten der Verfasser wiedergibt, und die Kommission kann nicht für eine etwaige Verwendung der darin enthaltenen Informationen haftbar gemacht werden.

# Aktivitäten

## Exploration

Rate meinen Geburtstag

Die Schüler\*innen befolgen die nachstehenden Anweisungen und nutzen das Datum ihres Geburtstags. Sie finden eine Zahl, die das Datum und den Monat ihres Geburtstags darstellt. Danach ermittelt die Lehrperson das Geburtsdatum jedes Schülers/ jeder Schülerin anhand des Ergebnisses seiner Berechnungen (5 von den letzten beiden Ziffern des Ergebnisses abziehen, um das Datum zu ermitteln, 2 von den anderen beiden Ziffern abziehen, um den Monat zu ermitteln).

Ein Beispiel: Wenn ein\*e Schüler\*in angibt, dass das Ergebnis 1230 ist, dann ist der Schüler/ die Schülerin am 25. Oktober geboren ( $30-5=25$  und  $12-2=10$ ).

Führe die folgende Rechnung aus:

- Schreibe den Monat (Zahl) auf, indem du Geburtstag hast.
- Multipliziere die Zahl mit 5
- Addiere 7
- Multipliziere mit 4
- Addiere 13
- Multipliziere mit 5
- Addiere den Tag (Zahl) deines Geburtstages
- Was ist dein Ergebnis?

**Benötigte Materialien:** Arbeitsblätter

**Zeitbedarf:** 15 Minuten

## Erkundung

Der Lehrkraft markiert vier Stellen im Klassenzimmer (die blaue, die rote, die gelbe und die grüne Stelle) und fungiert selbst als Funktionsmaschine. Jede\*r Schüler\*in wendet sich an die Lehrkraft, die ihm/ ihr unter vier Augen drei bis vier Fragen stellt. Eine der Fragen lautet, wie viele Geschwister man hat. Je nach Antwort auf diese Frage schickt die Lehrkraft den Schüler/die Schülerin an die entsprechende Stelle (blau: keine Geschwister, rot: 1, gelb: 2, grün: drei oder mehr). Die Schüler\*innen kennen die Regel nicht und sollen herausfinden, warum sie auf denselben Platz geschickt wurden.

In der Diskussion mit der ganzen Klasse stellen die Schüler\*innen ihre Ideen vor. Die Lehrkraft stellt intuitiv grundlegende Ideen des Funktionskonzepts heraus: Jede\*r Schüler\*in kann nur zu einer Farbe geschickt werden, basierend auf der Regel der Maschine (Lehrkraft), und jede\*r Schüler\*in wird zu einer Farbe geschickt.

Anschließend schlagen die Schüler\*innen ihre eigenen Maschinen vor, erklären die Regel und die möglichen Werte der Gruppen.

**Benötigte Materialien:** farbiges Papier

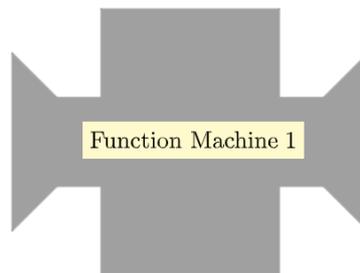
**Zeitbedarf:** 20 Minuten

---

### Aktivität 1.

---

Die Schüler\*innen arbeiten in Partnerarbeit mit den Tablets an dem unten gezeigten GeoGebra ([Function Machine \(1\) – GeoGebra](#)).



- a. Die Schüler\*innen wählen die Funktionsmaschine 1 aus (Addition) und erkunden was passiert, wenn sie verschiedene Zahlen in die Maschine hineingeben. Im Anschluss füllen die Schüler\*innen die Tabelle aus und sollen die Regel erklären.

Eingabe	Ausgabe
0	
3	
5	
7	
10	
12	
15	

- b. Im Anschluss wählen die Schüler\*innen Funktionsmaschine 3 (Multiplikation) aus und erkunden was passiert, wenn sie verschiedene Zahlen in die Maschine hineingeben. Die Lehrkraft initiiert eine Diskussion mit der ganzen Klasse um herauszufinden, welche Maschine Additionsregeln und welche Maschine Multiplikationsregeln nutzt.

**Benötigte Materialien:** Tablets, App (GeoGebra), Arbeitsblätter

**Zeitbedarf:** 10 Minuten

## Aktivität 2.

Die Schüler\*innen arbeiten weiter in Partnerarbeit mit ihren Tablets und dem GeoGebra Applet ([Function Machines \(11\) – GeoGebra](#)). In dieser Aufgabe programmieren die Schüler\*innen selbst eine Funktionsmaschine indem sie eine der vier Operationen auswählen.

Input Number=1

Create your function rule

Add1



2

Addition Machine    Subtraction Machine    Multiplication Machine    Division Machine

Zunächst programmieren die Schüler\*innen zwei Funktionsmaschinen die zu den folgenden Tabellen passen:

Eingabe	Ausgabe
1	7
2	14
4	28
7	49

Eingabe	Ausgabe
6	2
7	3
8	4
10	6

Dann sollten die Schüler\*innen ihre eigene Maschine programmieren und eine dazugehörige Wertetabelle ausfüllen. Jede\*r Schüler\*in zeigt die ausgefüllte Tabelle einem/einer Mitschüler\*in und bittet ihn, eine passende Funktionsmaschine zu programmieren, die diese Tabelle ausgibt.

Eingabe	Ausgabe

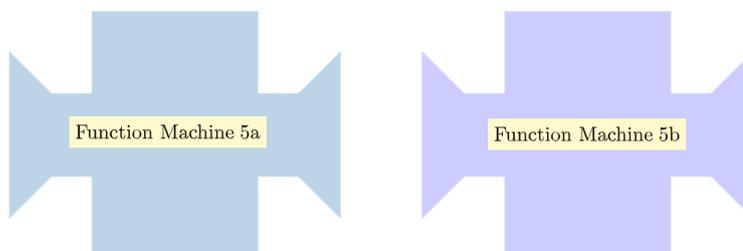
**Benötigte Materialien:** Tablets, App (GeoGebra), Arbeitsblätter

**Zeitbedarf:** 15 Minuten

### Aktivität 3.

In dieser Aufgabe kombinieren die Schüler\*innen die Funktionsmaschinen 5a und 5b wie unten gezeigt ([Function Machines \(5\) – GeoGebra](#)).

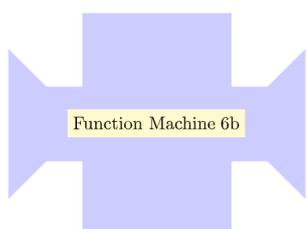
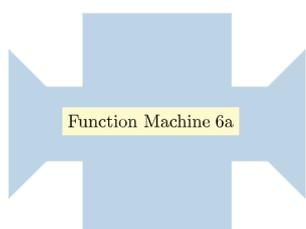
Input=1



Die Schüler\*innen füllen die Tabelle aus und erklären wie die Ausgabewerte entstehen. Dies wird mit der ganzen Klasse besprochen.

Eingabe	Ausgabe 1	Ausgabe 2
1		
3		
5		
10		
12		

Im Anschluss nutzen die Schüler\*innen die Maschinen 6a und 6b und füllen die neue Wertetabelle aus ([Function Machines \(6\) – GeoGebra](#)).



Eingabe	Ausgabe 1	Ausgabe 2
1		
3		
5		
10		
12		

Der Lehrkraft bittet die Schüler\*innen die beiden Tabellen zu vergleichen und anhand von Beispielen zu erklären, wie die Änderung der Reihenfolge der Maschinen die Ausgabewerte der Tabelle verändert.

Die Schüler\*innen arbeiten selbstständig an den Fragen (d)-(e) und tauschen dann ihre Ideen mit ihren Klassenkamerad\*innen aus.

**Benötigte Materialien:** Tablets, App (GeoGebra), Arbeitsblätter

**Zeitbedarf:** 15 Minuten

## Übungsaufgaben:

### Aktivität 4:

Die Schüler\*innen erstellen eine Kombination aus Funktionsmaschinen die die folgenden Tabellen erzeugen:

Eingabe	Ausgabe
1	3
2	5
3	7
4	9

Eingabe	Ausgabe
1	0
2	3
3	6
4	9

Die Lehrkraft bittet die Schüler\*innen ihr Vorgehen und die Regel für jede Tabelle zu beschreiben.

### Aktivität 5:

Die Schüler\*innen erstellen eine Kombination aus Funktionsmaschinen (mindestens zwei) die das folgende Ergebnis erzeugen:

„Der Eingabewert ist der gleiche, wie der Ausgabewert.“

(Diese Aufgabe kann variiert werden und als Übungsaufgabe eingesetzt werden.)

**Benötigte Materialien:** Tablets, App (GeoGebra), kariertes Papier, Würfel

**Zeitbedarf:** 10 Minuten

## Weitere Aufgaben:

Dieser Abschnitt enthält Aktivitäten mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad.

In Aufgabe 6 programmieren die Schüler\*innen erneut eine Maschine mit der Regel "addiere 4" und eine zweite mit der Regel "multipliziere mit 5". Die Schüler\*innen füllen Tabellen mit Eingabewerten aus. Sie sollen auch die Zahlen 0 und 1 als Eingabewerte verwenden. Dann erklären sie, wie sich der Ausgabewert ändert, wenn der Eingabewert um 1 erhöht wird. Die Schüler\*innen geben in beide Maschinen die Werte 30, 31, 32 und 33 und dann 50, 51, 52 und 53 ein, um die Veränderungen in den beiden Maschinen zu vergleichen.

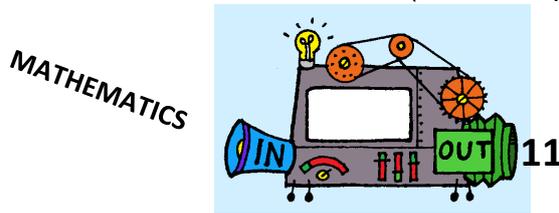
In Aufgabe 7 beschäftigen sich die Schüler\*innen mit einem mathematischen Problem: "Unternehmen A vermietet ein Fahrrad zu folgenden Bedingungen: 8 € pro Stunde und zusätzlich 5 € für die Versicherung." Die Schüler\*innen erstellen eine Maschinenkombination, die die Kosten für das Ausleihen eines Fahrrads pro Stunde zeigt und erklären, wie sie funktioniert. Außerdem beschreiben sie den Graphen und beantworten Fragen. Darüber hinaus erstellen sie eine Kombination von Maschinen, um den Tarif von Unternehmen B darzustellen (Unternehmen B ist billiger als Unternehmen A, wenn es darum geht, ein Fahrrad für weniger als 4 Stunden zu mieten) und erklären ihre Antwort auf der Grundlage der bereitgestellten Graphen.

**Benötigte Materialien:** Arbeitsblätter

**Zeitbedarf:** 30 Minuten

## Aufgaben zur Kontrolle

1. In die abgebildete Funktionsmaschine werden Wörter hineingegeben und die Maschine gibt die Anzahl der Buchstaben im Wort aus (siehe Beispiel).



- (a) Finde die Ausgabewerte für die folgenden Eingabewerte:
- GEOMETRY
  - ALGEBRA
  - FUNCTION
  - NUMBERS
- (b) Überlege dir mögliche Eingabewerte für die folgenden Ausgabewerte:
- 8
  - 9
  - 10
2. Hier siehst du die Regeln von 4 Funktionsmaschinen:

MASCHINE A: Addiere 5  
MASCHINE B: Subtrahiere 2  
MASCHINE C: Multipliziere mit 3  
MASCHINE D: Dividiere durch 2

Überlege dir mögliche Kombinationen mit Funktionsmaschinen die die Ein- und Ausgabewerte in den beiden Tabellen erzeugen. Erkläre dein Vorgehen und die genutzte Reihenfolge.

**Tabelle 1**

<b>Eingabe</b>	<b>Ausgabe</b>
1	4
2	5
4	7
7	10

**Tabelle 2**

<b>Eingabe</b>	<b>Ausgabe</b>
1	8
2	11
5	20
10	35

**Tabelle 3**

<b>Eingabe</b>	<b>Ausgabe</b>
1	3
3	4
7	6
15	10

**Tabelle 4**

<b>Eingabe</b>	<b>Ausgabe</b>
5	9
7	15
10	24
11	27

## Digitale Werkzeuge (Englische Version):

Aktivität 1 – Teil A:

<https://www.geogebra.org/m/c5ntdqmw>



Aktivität 1 – Teil B:

<https://www.geogebra.org/m/scw7vxrx>



Aktivität 2:

<https://www.geogebra.org/m/evfnv3v3>



Aktivität 3:

<https://www.geogebra.org/m/pkhcktyz>



<https://www.geogebra.org/m/bgznfuhn>



Bei jeder Aufgabe ist der Link zum GeoGebra Applet in deutscher Sprache hinterlegt.