

Handreichung

Modul:	Muster		
Zeitbedarf:	6 x 40-Minuten		
Zielgruppe:	Klasse 6		
Kurze Beschreibung:	In diesem Modul beschäftigen sich Schüler*innen mit wachsenden Mustern. Schüler*innen identifizieren wachsende Muster, rekursive und funktionale Beziehungen und stellen diese dar.		
Designprinzipien:	Forschendes Lernen		
	Situertheit		
	Digitale Werkzeuge		
	Embodiment		
	<ul style="list-style-type: none"> • Bedeutungsvoll: Das Modul baut auf dem intuitiven Wissen und den Alltagserfahrungen der Schüler*innen mit realen Szenarien auf • Embodiment: Wahrnehmungs- und Bewegungserfahrungen (action-perception) mit dem Erkennen der Kovariationsvorstellung und Zuordnungsvorstellung. Das Verstehen beruht auf konkreten Handlungen bezüglich des Wachstums der Muster. • Forschendes Lernen: Erkunden von rekursiven und funktionalen Zusammenhängen. • Digital: Einsatz von Tablets mit entsprechenden Apps • Situertheit: die Zuordnungen und Veränderungen werden thematisiert, tabellarisch dargestellt, beschrieben und mathematisiert. 		
Funktionales Denken:	Input – Output		
	Kovariation		
	Zuordnung		
	Objekt		
Lernziele:	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Erkennen von wachsenden und sich wiederholenden Mustern ✓ Darstellen und Beschreiben von wachsenden Mustern mit Hilfe von Sprache, Tabellen und Graphen ✓ Wachsende Muster durch verschiedene Denkansätze erweitern ✓ Bestimmen der Veränderung und Zuordnung von wachsenden Mustern ✓ Beziehungen (verbal/symbolisch) erkennen, verallgemeinern und ausdrücken 		

Diese Materialien werden vom [FunThink Team](#) bereitgestellt, verantwortliche Institution:

Team of Mathematics Education – Department of Education University of Cyprus

Marios Pittalis (pittalis.marios@ucy.ac.cy)

Eleni Demosthenous (demosthenous.eleni@ucy.ac.cy)

Eleni Odysseos (odysseos.o.eleni@ucy.ac.cy)

Soteris Loizias (loizias.soteris@gmail.com)



Soweit nicht anders vermerkt, steht dieses Werk und sein Inhalt unter einer Creative Commons Lizenz ([CC BY-SA 4.0](#)). Ausgenommen sind Förderlogos und CC-Icons / Modul-Icons.

Die Unterstützung der Europäischen Kommission für die Erstellung dieser Veröffentlichung stellt keine Billigung des Inhalts dar, welcher nur die Ansichten der Verfasser wiedergibt, und die Kommission kann nicht für eine etwaige Verwendung der darin enthaltenen Informationen haftbar gemacht werden.

Aktivitäten

Erkundung

Erkundung 1.

*Die Schüler*innen erkunden die Struktur eines wachsenden Musters, in diesem Fall einer menschlichen Pyramide, und versuchen dann, eine größere Pyramide zu konstruieren (nicht unbedingt die "Nächste"). Die Lehrkraft wählt Paare von Schüler*innen aus, die ihre Arbeit präsentieren.*

Nützliche Fragen: Wie viele Personen werden benötigt, um die Pyramide zu bauen? Wie viele Menschen werden an der Basis der Pyramide benötigt? Wie viele Menschen braucht man, um die nächstgrößere Pyramide zu bauen? Könnte man eine Pyramide mit 16 Personen bauen?

Benötigte Materialien: Video

Zeitbedarf: 15 Minuten

Erkundung 2.

*Die Schüler*innen arbeiten in Partnerarbeit mit der GeoGebra App "Slider & Figures". Die Schüler*innen werden gebeten, die App zu erkunden und den Schieberegler zu bewegen, um Pyramiden in verschiedenen Größen zu erstellen. Dann sollen sie herausfinden, wie viele Quadrate für den Bau der nächsten Pyramide (Pyramide 12) benötigt werden, und erklären, wie sie die Anzahl der Quadrate ermitteln können, wenn sie die Nummer der Pyramide kennen.*

Nützliche Fragen: Wie viele Quadrate werden benötigt, um die Pyramide 12, die Pyramide 13 und die Pyramide 14 zu bauen? Was ändert sich dabei und was bleibt jedes Mal gleich? Wie viele Quadrate werden jedes Mal mehr benötigt? Wie kann man die für die Pyramide 12 benötigten Quadrate berechnen, ohne sie zu zählen?

Benötigte Materialien: GeoGebra Applet

Zeitbedarf: 15 Minuten

Aktivitäten

Aktivität 1.

Die Schüler*innen sollen zunächst das Applet erkunden. Sie können die Anzahl der grauen und grünen Quadrate variieren, um zu erkunden, wie sich das Muster entwickelt. In dieser Anwendung ist jeder nachfolgende Term gleich der Summe der beiden vorherigen Terme minus eins.

Benötigte Materialien: GeoGebra Applet

Zeitbedarf: 10 Minuten

Aktivität 2.

Die Schüler*innen arbeiten in Partnerarbeit mit ihren Tablets. Die Schüler*innen sollen zunächst das Applet erkunden und herauszufinden, wie sie funktioniert. Dabei sollen sie den Schieberegler bewegen, um verschiedene Anzahlen der grauen Quadrate zu erhalten. Die gleiche rekursive Regel gilt für die Änderung der Anzahl der grauen Quadrate. Die Schüler*innen können eine Hypothese über die Regel des Musters aufstellen und sie dann mit der Option "Nächste Zahlen" überprüfen.

Nützliche Fragen: Wie setzt sich das Muster fort? Warum ist es ein Muster? Wie würdest du das Muster jemandem beschreiben, der es noch nie gesehen hat? Finde verschiedene Möglichkeiten, das Muster zu beschreiben. Wie viele Quadrate hat die nächste Figur?

Darüber hinaus sollen die Schüler*innen die Zuordnungsvorschrift zwischen der Figurenzahl und der Anzahl der Quadrate mithilfe verschiedener Darstellungsformen (Verbal, Tabellen, Symbole) finden. Je nach Niveau der Schüler*innen kann die Lehrperson den Schwierigkeitsgrad der Zuordnungsvorschrift auswählen. Zum Beispiel, wenn die Anzahl der grauen Quadrate=1 ist, lautet die Regel: Figur $n = 2n - 1$. Wenn die Anzahl der grauen Quadrate=2 ist, lautet die Regel Abbildung $n = 2n$ und wenn die Anzahl der grauen Quadrate=3 ist, lautet die Regel Abbildung $n = 2n + 1$.

Benötigte Materialien: Tablets, GeoGebra Applet

Zeitbedarf: 30 Minuten

Aktivität 3.

In der Aufgabe geht es um Chris, der Designs für Kleidung entwirft. Das wachsende Muster in dieser Aufgabe umfasst drei Größen: die Anzahl der schwarzen Quadrate, die Anzahl der grauen Quadrate und die Gesamtzahl der Quadrate.

Die Fragen (a), (b) und (c) fordern die Schüler*innen dazu auf, die Struktur des Musters zu erkennen und zu beschreiben, während die Frage (d) die Schüler*innen dazu anhält, die Rekursionsregel mit eher allgemeinen Begriffen auszudrücken, da die Schüler*innen gefragt werden, wie viele weitere Quadrate jeder aufeinanderfolgende Abschnitt haben würde. Anschließend werden die Schüler*innen in Frage (e) schrittweise dazu angehalten, die funktionale Beziehung zwischen der Anzahl der schwarzen Quadrate und der Gesamtzahl der Quadrate zu finden. Die Schüler*innen werden aufgefordert, von der Anzahl der schwarzen Quadrate auf die Gesamtzahl der Quadrate zu schließen und von der Gesamtzahl der Quadrate auf die Anzahl der schwarzen Quadrate zurückzurechnen. In Frage (f) wird die allgemeine Regel angegeben und die Schüler*innen werden gebeten, ihre Überlegungen zu kommunizieren, warum diese Regel zutrifft.

Die Schüler*innen können die Fragen (a)-(e) selbstständig bearbeiten, dann ihre Antworten austauschen und die Frage (f) diskutieren. In der anschließenden Diskussion in der ganzen Klasse sollen die Schüler*innen erklären, wie sie die Tabellen ausgefüllt haben und warum die Regel von Chris funktioniert.

Benötigte Materialien: Kariertes Papier

Zeitbedarf: 30 Minuten

Aktivität 4.

Die Schüler*innen werden aufgefordert die App zu öffnen und mit den Musterblöcken ihre eigenen Muster digital zu erstellen. Ihre Muster können sich wiederholen oder wachsen (je nach Niveau). Die Lehrkraft kann auch die Regel des Musters festlegen (z. B. "Jedes Mal, wenn ich 2 addiere, lautet die allgemeine Regel $2n-1$ ").

Benötigte Materialien: Tablets, App

Zeitbedarf: 10 Minuten

Aktivität 5.

Die Schüler*innen beschäftigen sich in dieser Aufgabe mit einem wachsenden geometrischen Muster. Diese Aufgabe baut auf den Erfahrungen der Schüler*innen mit den vorangegangenen Aufgaben auf und bietet die Möglichkeit zur weiteren Übung.

(Aufgaben (b)-(h) können bei weiterem Übungsbedarf auf andere Muster übertragen werden.)

Benötigte Materialien: kariertes Papier, Würfel

Zeitbedarf: 40 Minuten

Weitere Aktivitäten:

Dieser Abschnitt enthält Aufgaben, die auf den Erfahrungen der Schüler*innen mit den vorangegangenen Aktivitäten aufbauen und weitere Gelegenheiten zum Üben bieten sollen.

In Aufgabe 1 beschäftigen sich die Schüler*innen mit einem Muster aus der Natur. Die Schüler*innen sollen die Anzahl der Sechsecke für den 3. Schritt der Bienenwaben ermitteln. Anschließend übertragen die Schüler*innen die Informationen in eine Tabelle. In der Tabelle wird die Zuordnung zwischen der Schrittzahl und der Anzahl der Sechsecke verdeutlicht. Die Schüler*innen befassen sich weiter mit dem 4. Schritt des Musters. Ziel ist es, dass sie erkenne wie sich das Muster verändert bzw. wächst. Die Schüler*innen arbeiten in Gruppen zusammen und ausgewählte Gruppen stellen ihre Arbeit der ganzen Klasse vor.

In Aufgabe 2 arbeiten die Schüler*innen mit einem weiteren GeoGebra Applet, bei dem sie die Anzahl der grauen Quadrate variieren können. Sie werden aufgefordert, die Regel des Musters (Rekursionsregel) zu finden und ihre Antwort zu überprüfen, indem sie "Next numbers" auswählen. (Wenn die Anzahl der grauen Quadrate = 1 ist, wird die Fibonacci-Folge angezeigt).

In Aufgabe 3 arbeiten die Schüler*innen erneut mit der Fibonacci-Folge. Es wird erwartet, dass sie Verbindungen zur vorherigen Aufgabe herstellen (Anzahl der grauen Quadrate=1).

Die Schüler*innen sollen die Regel beschreiben und erklären, wie sich die Folge fortsetzt und zudem sollen sie die grafische Darstellung der Fibonacci-Folge beschreiben. Außerdem sollen die Schüler*innen beschreiben, wie die Fibonacci-Folge bei einer Schale zu erkennen ist. Die Schüler*innen können auch daran arbeiten, die Fibonacci-Folge selbst zu konstruieren, indem sie Quadrate auf kariertem Papier ausmalen.

In Aufgabe 4 werden die Schüler*innen gebeten, ihr eigenes wachsendes Muster zu entwerfen (ohne jegliche Einschränkung). In Aufgabe 5 sollen sie hingegen ein Muster mit vorgegebener Regel entwerfen. Bei Aufgabe 4 müssen sich die Schüler*innen überlegen, wie die ersten Figuren aussehen würden, wie das Muster systematisch wachsen würde. Bei Aufgabe 5 müssen die Schüler*innen die Regel interpretieren und verstehen was $4n + 4$ bedeuten. Die Lehrkraft könnte bei Bedarf einen Hinweis geben, nach Mustern zu suchen, die dasselbe bedeuten.

In Aufgabe 6 beschäftigen sich die Schüler*innen mit einem wachsenden Zahlenmuster. Die Schüler*innen sollen ausgehend von der rekursiven Regel eine Funktionsvorschrift finden, die den Platz mit der Zahl verknüpft und die Schüler*innen sollen diese verbal und symbolisch beschreiben.

Benötigte Materialien: GeoGebra Applet, kariertes Papier

Zeitbedarf: 80 Minuten

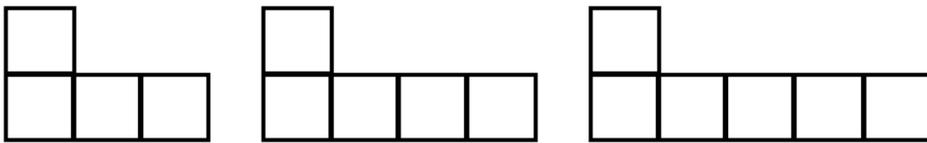
Aufgaben zur Kontrolle

1. Welche Beispiele zeigen ein Muster? Wähle aus und begründe.

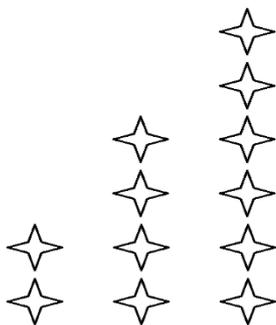
(a) 0, 2, 4, 7, 9, 11, 13, ...

(b) 3, 6, 12, 24, 48, 96, ...

(c)



(d)



2. Zoe erzeugt das folgende Muster.



Figure 1

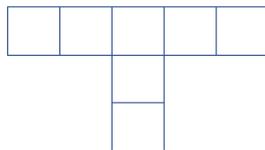


Figure 2

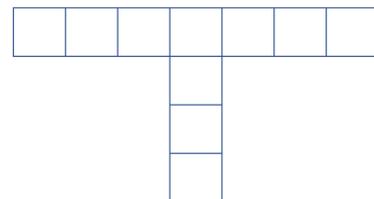


Figure 3

(a) Aus wie vielen Quadraten besteht Figur 4?

(b) Wie viele Quadrate werden jeweils für die nächste Figur benötigt?

3. Ein Muster beginnt mit der Zahl 4 und es werden immer 4 hinzugefügt. Wie lauten die ersten fünf Zahlen dieses Musters?

4. Nutze das beschriebene Muster für die folgenden Aufgaben:
 "Im ersten Schritt startest du mit der Zahl 1. In zweiten Schritt addierst du 3. In den weiteren Schritten addierst du immer 3 zu deinem Ergebnis."

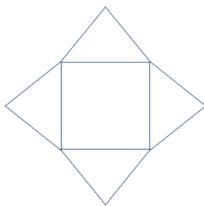
(a) Vervollständige die Tabelle.

Schritt	Zahl
1	1
2	
3	
4	
5	

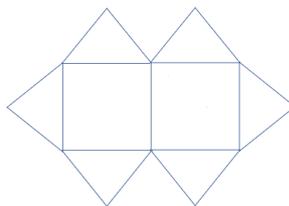
(b) Zeichne einen Graphen mit Hilfe der Tabelle. Nutze als Koordinaten die Schritte und die dazugehörigen Zahlen. Du kannst den Graphen auf kariertem Papier oder mit einer App zeichnen.

(c) Bestimme mit Hilfe des Graphen die Zahl für Schritt 12.

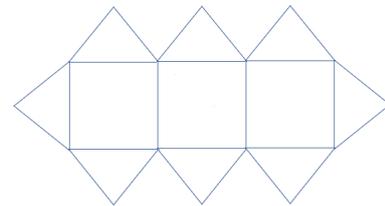
5. Kai zeichnet das folgende Muster:



Figur 1



Figur 2



Figur 3

(a) Wie viele Dreiecke hat Figur 12?

(b) Wie viele Dreiecke hat Figur n?

Digitale Werkzeuge:

Erkundung 1:

<https://www.youtube.com/watch?v=t179ZcUdCOA&t=241s>

Erkundung 2:

<https://www.geogebra.org/m/vcypf5kn>



Aktivität 1:

<https://www.geogebra.org/m/uspig538>



Aktivität 2:

<https://www.geogebra.org/m/rusymz3d>



Aktivität 4:

[Pattern Shapes by The Math Learning Center](#)