funThink
Enhancing functional thinking from primary to upper secondary school

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Scenariusz lekcji

Moduł:	Wzorce			
Godziny nauczania:	6 x 40 minut			
Poziom klasy/przedział wiekowy:	Ocena 6			
Krótki opis:	Moduł angażuje uczniów do analizy rosnących wzorców. Studenci angażują się w identyfikowanie i reprezentowanie rosnących wzorców, znajdowanie relacji rekurencyjnych i funkcjonalnych.			
Zasady projektowania:	**Badanie**			
	Sytuacyjność			
	Narzedzia cyfrowe			
	Ucieleśnienie			
	• Znaczące: Opieraj się na intuicyjnej wiedzy uczniów i codziennych doświadczeniach życiowych w oparciu o rzeczywiste scenariusze • Ucieleśnienie: Doświadczenia percepcyjno-motoryczne (percepcja działania) polegające na zauważaniu współzmienności i relacji korespondencji poprzez oparcie zrozumienia na konkretnych działaniach dotyczących wzrostu wzorca • Uczenie się oparte na zapytaniach: poznaj relacje rekurencyjne i funkcjonalne • Cyfrowe: tablety wyposażone w odpowiednie aplikacje • Fenomenologia dydaktyczna / usytuowanie: współzmienność i relacje korespondencji są rejestrowane, tabelaryzowane i matematyzowane			
Myślenie funkcyjne:	**Wejście – Wyjście**			
	Współzmienność			
	Przyporządkowanie			
	Obiekt			
Cele:	✓ Zidentyfikuj rosnące i powtarzające się wzorce ✓ Przedstaw i opisz wzorce wzrostu za pomocą słów, tabeli i wykresu ✓ Rozszerzaj wzorce wzrostu, korzystając z różnych sposobów myślenia ✓ Zidentyfikuj kowariancję i relacje korespondencyjne we wzorcach wzrostu ✓ Wyraź relacje (werbalnie/symbolicznie) i uogólnij			

Materiał ten udostępnia zespół FunThink , instytucja odpowiedzialna: Zespół Edukacji Matematycznej – Wydział Edukacji Uniwersytetu Cypryjskiego

Marios Pittalis (pittalis.marios@ucy.ac.cy)
Eleni Demostenous (demosthenous.eleni@ucy.ac.cy)
Eleni Odysseos (odysseos.o.eleni@ucy.ac.cy)
Soteris Loizias (loizias.soteris@gmail.com)

Zajęcia

Eksploracja

Eksploracja 1.

Uczniowie badają strukturę rosnącego wzorca, ludzkiej piramidy, a następnie próbują skonstruować większą piramidę (niekoniecznie „następną”). Nauczyciel wybiera pary uczniów, którzy prezentują swoją pracę.

Przydatne pytania: Ilu ludzi potrzeba do zbudowania piramidy? Ilu ludzi potrzeba u podstawy piramidy? Ile osób potrzeba do zbudowania kolejnej co do wielkości piramidy? Czy moglibyśmy stworzyć piramidę z 16 osób?

Sugerowane narzędzia/materiały: Wideo

Szacowany czas trwania: 15 minut

Eksploracja 2.

Uczniowie pracują w parach nad aplikacją „Slider & Figurs”. Uczniowie proszeni są o zapoznanie się z aplikacją i przeciągnięcie kursora, aby utworzyć piramidy o różnych rozmiarach. Następnie proszeni są o obliczenie, ile kwadratów potrzeba do zbudowania kolejnej piramidy (Piramida 12) i wyjaśnienie, w jaki sposób mogą znaleźć liczbę kwadratów, znając numer piramidy.

Przydatne pytania: Ile kwadratów potrzeba do zbudowania Piramidy 12, Piramidy 13 i Piramidy 14? Co się zmienia, a co pozostaje niezmienne za każdym razem? Ile dodatkowych kwadratów potrzeba za każdym razem? Jak możemy obliczyć kwadraty potrzebne do zbudowania Piramidy 12 bez ich mierzenia?

Sugerowane narzędzia/materiały: Aplikacja GeoGebra

Szacowany czas trwania: 15 minut

Zajęcia

Aktywność 1.

Zapraszamy uczniów do zapoznania się z aplikacją. Mogą zmieniać liczbę szarych i zielonych kwadratów, aby zbadać, jak rozwija się wzór. W tej aplikacji każdy kolejny wyraz jest równy sumie dwóch poprzednich wyrazów minus jeden.

Sugerowane narzędzia/materiały: Aplikacja GeoGebra

Szacowany czas trwania: 10 minut

Aktywność 2.

Uczniowie pracują w parach na swoich tabletach. Uczniowie proszeni są o zapoznanie się z aplikacją, dowiedzenie się, jak ona działa, przeciągnięcie suwaka, aby uzyskać różne wartości szarych kwadratów. Ta sama zasada rekurencyjna ma zastosowanie przy zmianie liczby szarych kwadratów. Uczniowie mogą postawić hipotezę dotyczącą reguły wzorca, a następnie sprawdzić ją za pomocą opcji „Następne liczby”.

Przydatne pytania: W jaki sposób wzór jest kontynuowany? Dlaczego jest to wzór? Jak opisałbyś ten wzór komuś, kto nigdy go nie widział? Znajdź różne sposoby opisania wzoru. O ile dodatkowych kwadratów ma każda następna figura?

Ponadto oczekuje się, że uczniowie zaangażują się w znajdowanie związku pomiędzy numerem figury a liczbą kwadratów przy użyciu różnych narzędzi reprezentacji (słowa, tabele, symbole). W zależności od poziomu uczniów, nauczyciel może wybrać stopień trudności relacji korespondencyjnej. Na przykład, gdy Liczba szarych kwadratów = 1, regułą jest Rysunek. $n = 2n - 1$. *Gdy Liczba szarych kwadratów = 2, regułą jest Rysunek* $n = 2n$, *a gdy Liczba szarych kwadratów = 3, regułą jest Rysunek* $n = 2n + 1$.

Sugerowane narzędzia/materiały: Tablety, aplikacja Geogebra

Szacowany czas trwania: 30 minut

Aktywność 3.

Zadanie dotyczy Chrisa, który tworzy projekty tekstyliów. Wzór wzrostu obejmuje trzy wielkości: liczbę czarnych kwadratów, liczbę szarych kwadratów i całkowitą liczbę kwadratów.

Pytania (a), (b) i (c) angażują uczniów w identyfikowanie i opisywanie struktury wzorca, natomiast Pytanie (d) angażuje uczniów w wyrażanie reguły rekurencji w raczej ogólnych terminach, ponieważ uczniów pyta się, o ile kwadratów jest więcej w każdej kolejnej sekcji miałby. Następnie w pytaniu (e) uczniowie są stopniowo zachęcani do znalezienia zależności między liczbą czarnych kwadratów a całkowitą liczbą kwadratów. Uczniowie proszeni są o przejście od liczby czarnych kwadratów do przodu, aby znaleźć całkowitą liczbę kwadratów, a także o przejście od całkowitej liczby kwadratów do liczby czarnych kwadratów. W pytaniu (f) podana jest ogólna zasada, a uczniowie proszeni są o podzielenie się uzasadnieniem, dlaczego ta zasada jest prawdziwa.

Uczniowie mogą samodzielnie pracować nad pytaniami (a)–(e), a następnie podzielić się swoimi odpowiedziami i omówić pytanie (f). Następnie podczas dyskusji w klasie zachęca się uczniów, aby wyjaśnili, w jaki sposób wypełnili tabele i dlaczego zasada Chrisa działa.

Sugerowane narzędzia/materiały: Papier siatkowy

Szacowany czas trwania: 30 minut

Aktywność 4.

Uczniowie proszeni są o korzystanie z aplikacji i tworzenie własnych wzorów, korzystając z cyfrowych bloków wzorów. Ich wzorce mogą być powtarzalne lub rosnące (w zależności od ich poziomu). Nauczyciel może także ustalić regułę (np. za każdym razem, gdy dodaję 2, ogólna zasada brzmi 2n-1).

Sugerowane narzędzia/materiały: Tablet, Aplikacja

Szacowany czas trwania: 10 minut

Aktywność 5.

Uczniowie analizują rosnący ciąg geometryczny. Zadanie to opiera się na doświadczeniach uczniów z poprzednich zadań i daje możliwość dalszej praktyki.

(Pytania (b)–(h) można dostosować do innych wzorców, jeśli potrzebna jest dalsza praktyka)

Sugerowane narzędzia/materiały: Siatka papierowa, kostki

Szacowany czas trwania: 40 minut

Działania rozszerzające:

W tej części przedstawiono zadania, które opierają się na doświadczeniach uczniów z poprzednich zajęć i mają na celu zapewnienie dalszych możliwości ćwiczeń.

W zadaniu 1 oczekuje się, że uczniowie zajmą się wzorcami pochodzącymi z natury. Uczniowie proszeni są o znalezienie liczby sześciokątów tworzących trzeci stopień plastra miodu. Następnie uczniowie organizują informacje w tabelę, w której zgodność pomiędzy numerem kroku a liczbą sześciokątów zaczyna być bardziej widoczna. Uczniowie proszeni są również o określenie, ile jeszcze sześciokątów potrzebowaliby do wykonania czwartego kroku, aby określić, jak wzór zmienia się w miarę jego wzrostu. Uczniowie pracują w grupach, a wybrane grupy dzielą się swoją pracą z całą klasą.

W ramach ćwiczenia 2 uczniowie pracują nad inną aplikacją, w której mogą zmieniać liczbę szarych kwadratów. Prosi się ich o znalezienie reguły (reguły rekurencyjnej) i sprawdzenie odpowiedzi poprzez wybranie opcji „Następne figury”. (Gdy liczba szarych kwadratów = 1, pokazany jest ciąg Fibonacciego).

W ćwiczeniu 3 uczniowie ponownie pracują z ciągiem Fibonacciego. Oczekuje się, że połączenia zostaną wykonane w poprzedniej aplikacji (liczba szarych kwadratów = 1). Uczniowie proszeni są o opisanie reguły, wyjaśnienie ciągłości ciągu i opisanie graficznej reprezentacji ciągu Fibonacciego. Dodatkowo uczniowie ustalają, jak ciąg Fibonacciego wygląda na muszli, korzystając z podanej reprezentacji. Uczniowie mogą także pracować nad konstruowaniem ciągu Fibonacciego, kolorując kwadraty na papierze w kratkę.

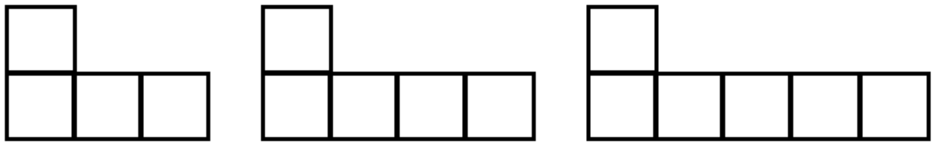
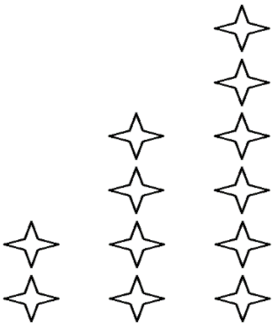
W Zadaniu 4 uczniowie proszeni są o stworzenie własnego schematu bez żadnych ograniczeń, a w Zadaniu 5 z zastrzeżeniem przestrzegania określonej zasady. W zadaniu 4 uczniowie muszą pomyśleć o tym, jak będą wyglądać pierwsze liczby i jak wzór będzie się systematycznie zwiększał. W przypadku ćwiczenia 5 uczniowie będą musieli zinterpretować zasadę, zrozumieć, co $4n$ *i co* $+4$*oznacza. W razie potrzeby nauczyciel może podpowiedzieć, jak szukać wzorców, które mają te same cechy.*

W Zadaniu 6 uczniowie zajmują się wzorcem rosnącej liczby. Oczekuje się, że uczniowie będą pracować od reguły rekurencji w kierunku znalezienia reguły funkcjonalnej odpowiadającej miejscu z liczbą i wyrażenia jej werbalnie i symbolicznie.

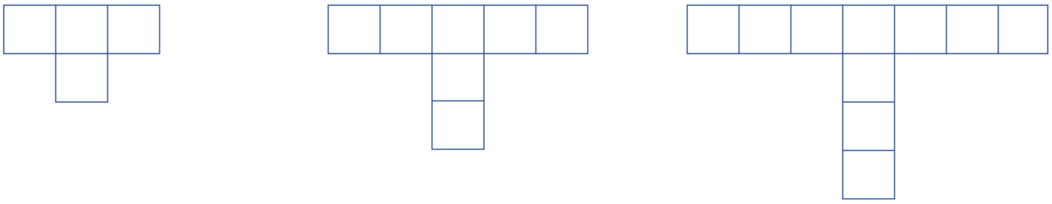
Sugerowane narzędzia/materiały: aplikacja, papier w kratkę

Szacowany czas trwania: 80 minut

Ocena

1. Wybierz te, które pokazują wzorce. Wyjaśnić.
   (a) 0, 2, 4, 7, 9, 11, 13, …
   (b) 3, 6, 12, 24, 48, 96, …
   (c)
   
   (d)
   

2. Zoe tworzy następujący wzór.
   (a) Ile kwadratów miałby rysunek 4?
   (b) O ile więcej kwadratów miałaby każda następna figura?



Rysunek 1 Rysunek 2 Rysunek 3

3. Badamy regularność zaczynając od liczby 5 i wielokrotnie dodajemy 4 .
   Podaj pierwszych pięć liczb.

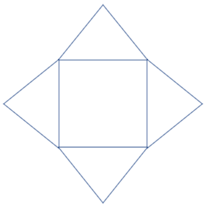
4. Aby ukończyć wzorzec, postępuj zgodnie z instrukcjami w ramce poniżej.
   „Twój pierwszy krok to zacząć od numeru 1. Twoim drugim krokiem jest dodanie 3. Następnie dodasz 3 do każdego terminu, aby przejść do następnego terminu”.
   (a) Wypełnij poniższą tabelę.

Numer kroku	**Numer wzoru**
1	1
2	
3	
4	
5	

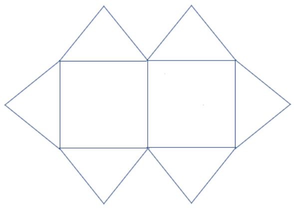
(b) Utwórz wykres (używając papieru w kratkę lub oprogramowania do dynamicznej geometrii) w oparciu o powyższą tabelę, używając jako współrzędnych numeru kroku i numeru wzoru.

(c) Użyj wykresu, aby znaleźć numer wzoru dla kroku numer 12.

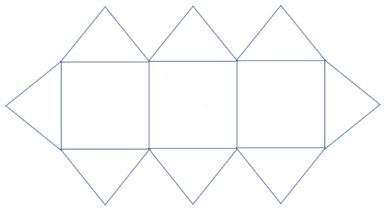
5. Kai konstruuje następujący wzór.



Rysunek 1



Rysunek 2



Rysunek 3

(a) Ile trójkątów miałby rysunek 12?

(b) Ile trójkątów miałby rysunek n?

Narzędzia cyfrowe:

Eksploracja 1:

https://www.youtube.com/watch?v=t179ZcUdCOA&t=241s

Eksploracja 2:

https://www.geogebra.org/m/vcypf5kn

Działanie 1:

https://www.geogebra.org/m/uspjg538

Działanie 2:

https://www.geogebra.org/m/rusymz3d

Działanie 4:

Kształty wzorów autorstwa The Math Learning Center