

Liebe (künftige) Lehrkraft,

Mit diesem Fragebogen möchten wir Einblick in Ihre bisherigen Erfahrungen und Kenntnisse erhalten, um möglichst passgenaue Lerngelegenheiten in dieser Lehr- bzw. Fortbildungsveranstaltung anzubieten. Bitte bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben sorgfältig, auch wenn Sie mit diesen bisher nicht vertraut sein sollten. Für die Bearbeitung der Aufgaben auf zwei Fragebogenteilen haben Sie 60 Minuten Zeit. Den zweiten Fragebogenteil erhalten Sie nach einer kurzen Pause mit einer Erklärung.

Vielen Dank für Ihre Teilnahme!

Bitte erzeugen Sie einen Code nach folgender Anweisung, um Ihre Fragebogenteile anonym einander zuordnen zu können:

Tragen Sie hier bitte **nur die ersten beiden Buchstaben der Vornamen Ihrer Mutter und Ihres Vaters ein** (z.B. Tanja, Achim = Ta, Ac).

Erste beide Buchstaben des Vornamens Ihrer Mutter:

Ihres Vaters:

Tragen Sie hier bitte **nur den Tag Ihres Geburtsdatums ein**

(z.B. **12**, wenn Sie am ~~12.11.1982~~ Geburtstag haben)

Geburtstag :

Durch meine Teilnahme an der Befragung erkläre ich mich damit einverstanden, dass die von mir erhobenen Daten im Rahmen des EU-Projekts FunThink genutzt werden dürfen. Alle Daten werden anonymisiert verwendet und nur Personen, die im Rahmen des Projekts arbeiten, haben Zugang zu den gesammelten Daten.

Ich erkläre mich mit der Verwendung der Daten für folgende Zwecke einverstanden: wissenschaftliche Publikationen, Vorträge/Präsentationen auf wissenschaftlichen Konferenzen, Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung im Rahmen des EU-Projekts FunThink.

Ihre Teilnahme und Ihre Zustimmung zur Verwendung der Daten wie oben beschrieben sind freiwillig. Sie haben jederzeit die Möglichkeit ohne Angabe von Gründen zu widerrufen. Durch Verweigerung oder Widerruf entstehen Ihnen keine Nachteile. Ansonsten gilt die Einwilligung unbefristet. Sie haben das Recht auf Auskunft, Berichtigung, Löschung, Einschränkung der Verarbeitung und auf Widerspruch gegen die weitere Verarbeitung Ihrer personenbezogenen Daten. Nähere Informationen zum Datenschutz finden Sie auch unter: <https://www.ph-ludwigsburg.de/datenschutzerklaerung#c16900>

Für die Einhaltung der Datenschutzbestimmungen ist verantwortlich: PH Ludwigsburg. Ihr Ansprechpartner in datenschutzrechtlichen Fragen: Ulrich Iberer (Datenschutzbeauftragter, E-Mail dsb@ph-ludwigsburg.de). Ihre Ansprechpartnerin bei Rückfragen: Ute Sproesser (E-Mail ute.sproesser@ph-ludwigsburg.de).



With the support of the
Erasmus+ Programme
of the European Union

This test was created in the context of the Erasmus+ Project FunThink. The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Allgemeine Fragen

Bitte machen Sie Angaben zu

Ihrem Geschlecht:

- Weiblich
- Männlich
- Andere

Ihrem Alter: _____

Ihrer aktuellen Position:

- Lehrkraft im regulären Dienst
- Lehrkraft im Vorbereitungsdienst
- Lehramtsstudierende(r)
- Andere: _____

Welcher Altersstufe ist Ihre (künftige) Schülerschaft im Wesentlichen zuzuordnen?

- Primarstufe
- Sekundarstufe I
- Sekundarstufe II
- Andere: _____

Falls Sie bereits im Schuldienst sind: Seit wann unterrichten Sie Mathematik? _____

Falls Sie noch im Lehramtsstudium sind:

- Sind Sie im Bachelor- oder im Master-Studium?
 - Bachelor
 - Master
- Ist Mathematik Ihr Hauptfach / eines Ihrer Hauptfächer?
 - Ja
 - Nein
- In welchem Semester sind Sie? _____

Haben Sie bestimmte Vorerfahrungen (z.B. aus speziellen Lehrveranstaltungen oder Weiterbildungsmaßnahmen) in Hinblick auf das Unterrichten von Funktionen?

- Ja, nämlich: _____
- Nein

lfc_01

- a) Sind Sie dem Begriff *Funktionales Denken* bereits begegnet? Falls ja, was verstehen Sie unter *Funktionalem Denken*? Falls nicht, was würden Sie erwarten? Bitte antworten Sie ausführlich.

- b) Nennen Sie fünf Worte oder Ausdrücke, die Sie mit dem Begriff *Funktionales Denken* assoziieren.

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

Bitte warten Sie auf Fragebogenteil 2 und weitere Anweisungen!

Bitte erzeugen Sie nochmal Ihren Code nach folgender Anweisung, um Ihre Fragebogenteile anonym einander zuordnen zu können:

Tragen Sie hier bitte **nur die ersten beiden Buchstaben der Vornamen Ihrer Mutter und Ihres Vaters ein** (z.B. Tanja, Achim = Ta, Ac).

Erste beide Buchstaben des Vornamens Ihrer Mutter:

Ihres Vaters:

Tragen Sie hier bitte **nur den Tag Ihres Geburtsdatums ein**

(z.B. **12**, wenn Sie am ~~12.11.1982~~ Geburtstag haben)

Geburtstag :

ltc_02

Was denken Sie, ab welchem Alter ist es möglich, *Funktionales Denken* (siehe Begriffsklärung von oben) zu entwickeln? Bitte begründen Sie!

ltc_03

Welche Themen des Mathematik-Curriculums (und in welchen Jahrgangsstufen) sind bedeutsam für die Entwicklung *Funktionalen Denkens*? Bitte begründen Sie!

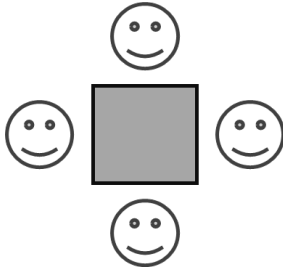
ltc_04

Was betrachten Sie als Ziel(e) des Unterrichtens von Funktionen? Bitte antworten Sie ausführlich.

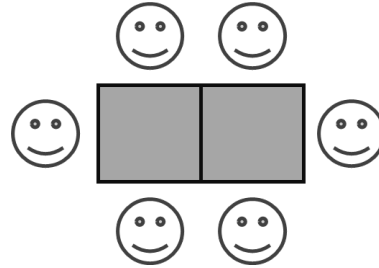
ltc_05

Brady lädt seine Freunde zu einer Geburtstagsparty ein. Er möchte sicherstellen, dass er für jeden einen Platz hat. Er hat quadratische Tische.

Er kann 4 Personen an einem quadratischen Tisch auf folgende Weise platzieren:



Wenn er einen weiteren quadratischen Tisch an den ersten anbaut, hat er Platz für 6 Personen:



- a) Wenn Brady 8 Tische hat, wie viele Personen kann er für seine Geburtstagsfeier einladen? Und wie sieht es mit 20 Tischen aus? Begründen Sie Ihre Antwort!
- b) Schlagen Sie drei verschiedene Aufgaben vor, die auf dem Muster der obigen Aufgabe basieren und Schülerinnen und Schülern gestellt werden könnten. Erklären Sie das Ziel jeder Aufgabe.

Itc_06

Betrachten Sie die abgebildeten Graphen.



Schlagen Sie drei verschiedene Aufgaben zu diesen Graphen vor, die mit Schülerinnen und Schülern behandelt werden könnten. Erklären Sie das Ziel jeder Aufgabe.

Itc_07

Muster und lineare Funktionen sind beides Themen des Mathematik-Curriculums. Welche didaktische Verbindung sehen Sie zwischen den beiden Themen und wie können Sie diese Verbindung mit Ihren Schülerinnen und Schülern unterstützen? Bitte begründen Sie.

Itc_08

Welche Lernschwierigkeiten und Fehlvorstellungen erwarten Sie beim Unterrichten *Funktionalen Denkens*? Nutzen Sie möglichst viele Beispiele, um Ihre Antwort auszuführen.

Feedback Fragebogen

Bitte bewerten Sie die folgenden Aussagen im Kontext dieser Lehrveranstaltung.
(1 – Ich stimme überhaupt nicht zu. / 5 – Ich stimme voll zu):

- | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. Ich habe in der Lehrveranstaltung interessante mathematische Inhalte gelernt. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2. Ich habe in der Lehrveranstaltung interessante Inhalte über das Unterrichten gelernt. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3. Das erworbene Wissen ist hilfreich für das Unterrichten von Mathematik. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4. Die Struktur der Lehrveranstaltung war angemessen und effektiv. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5. Die Inhalte der Lehrveranstaltung waren angemessen und effektiv. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6. Die gewählte Durchführungsart der Lehrveranstaltung war angemessen und effektiv. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7. Ich werde die Materialien aus dem Projekt in meinem Unterricht einsetzen. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8. Ich werde die digitalen Werkzeuge aus dem Projekt in meinem Unterricht einsetzen. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9. Die digitalen Materialien aus dem Projekt sind interessant. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 10. Die digitalen Materialien aus dem Projekt unterstützen das konzeptuelle Verständnis von mathematischen Konzepten. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 11. Ich würde die Lehrveranstaltung weiterempfehlen. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

Bitte beantworten Sie die folgenden Fragen:

1. Was hat Ihnen in der Lehrveranstaltung am besten gefallen?

2. Welche Verbesserungsvorschläge haben Sie für diese Lehrveranstaltung?

3. Welche anderen Anregungen würden Sie uns gerne in Bezug auf die Lehrveranstaltung mitteilen?

Vielen Dank für Ihre Teilnahme!

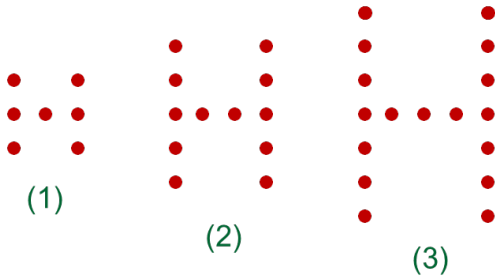
Einzelarbeit (ca. 20 Minuten):

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben. Machen Sie sich Notizen zu den genutzten Strategien.

1

Emil hat die ersten drei Muster aus Plättchen gelegt.

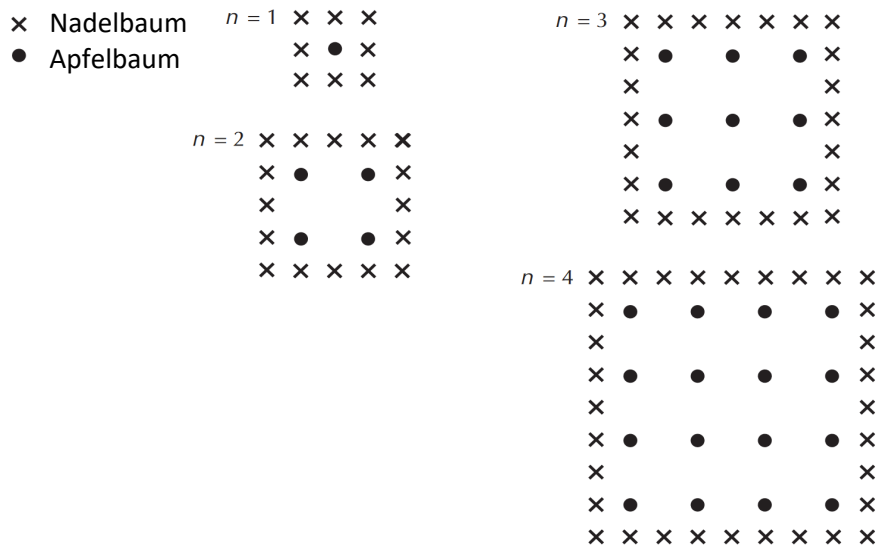
- a) Wie viele Plättchen werden für das 5. Muster benötigt?
- b) Eine der abgedruckten Formeln kann zur Berechnung der Plättchenanzahl bei allen Mustern verwendet werden. Kreuze diese Formel an!
- $s = n + 6$ $\rightarrow n$ gibt die Stelle des jeweiligen Musters an
- $s = 5n + 2$ $\rightarrow s$ gibt die Summe der benötigten Plättchen eines Musters an
- $s = 3n + 4$



(Angelehnt an eine Aufgabe der Realschul-Abschlussprüfung)

2

Ein Bauer pflanzt Apfelbäume in einem quadratischen Muster. Um die Bäume gegen Wind zu schützen, setzt er Nadelbäume um den ganzen Obstgarten herum. Nebenstehend ist die Situation abgebildet mit dem Muster der Apfel- und Nadelbäume für verschiedene Anzahlen (n) an Reihen von Apfelbäumen. Wann ist die Anzahl der Nadelbäume genauso groß wie die Anzahl der Apfelbäume?



(Aufgabe übersetzt von OECD, 2009, S. 102)

3

Gegeben ist die folgende Situation:

Eine Kerze ist zu Beginn 24 cm hoch und wird pro Stunde um 2 cm kürzer.

Stelle eine Funktionsgleichung auf, die diese Situation angemessen beschreibt!

(Aufgabe adaptiert von R. Nitsch: www.codi-test.de)

Anregungen für die Besprechung:

Aufgabe 1:

Bei Aufgabenteil a), kann eine Regel oder Vorschrift über die Kovariationsvorstellung gefunden werden: indem man die Plättchenanzahlen 7 – 12 – 17 betrachtet, erkennt man, dass immer 5 Plättchen, nämlich 2×2 außen und eins innen, hinzukommen. Betrachtet man im Sinne der Zuordnungsvorstellung einander zugeordnete Werte, d.h. die geordneten Paare aus Stelle n und Plättchenanzahl s , so kann man die Bildungsregel finden, indem man den Zusammenhang zwischen n und s reflektiert, z.B.: „Was muss ich mit n machen, damit s herauskommt?“

Bei Aufgabenteil b) kann man im Sinne einer Punktprobe (für mehrere Wertepaare) vorgehen, was der Zuordnungsvorstellung entspricht. Auch ein Vorgehen über die Kovariationsvorstellung ist möglich: Da die Plättchendifferenz bei benachbarten Mustern immer 5 beträgt, also in jedem Schritt 5 Plättchen dazukommen, wird klar, dass n mit 5 multipliziert werden muss.

Aufgabe 2 (GV hier nicht immer direkt erkennbar):

Gleichung für Apfelbäume kann direkt algebraisch aufgestellt werden, wenn quadratischer Zusammenhang erkannt wurde (Objektaspekt) \rightarrow Anzahl der Apfelbäume A wächst quadratisch mit $A(n) = n^2$

Gleichung für Nadelbäume kann z.B. über Kovariation (Betrachtung aufeinander folgender Anzahlen) bestimmt werden: 8 – 16 – 24 – 32

Oder genauer analysieren, welche Werte gemeinsam auftreten (Zuordnung):
 $n = 1: 2 \times 3 + 2 \times 1$; $n = 2: 2 \times 5 + 2 \times 3$; $n = 3: 2 \times 7 + 2 \times 5$; $n = 4: 2 \times 9 + 2 \times 7$

\rightarrow Allgemein 1. Summand: $2 \times (2n+1)$ \rightarrow für jedes n gibt es $2n+1$ Nadelbäume in der Boden- und Deckenreihe (z.B. 2er-Päckchen einkreisen, ein x bleibt immer übrig)

\rightarrow Allgemein 2. Summand: $2 \times ((2n+1) - 2)$ (siehe oben, aber in Seitenlinien muss oben und unten je ein x abgezogen werden im Vergleich zu Boden und Decke \rightarrow vereinfachen auf: $2 \times (2n-1)$)

\rightarrow Insgesamt: Anzahl der Nadelbäume $N(n) = 2 \times (2n+1) + 2 \times (2n-1) = 4n+2+4n-2 = 8n$

Gleichsetzen der beiden Funktionsgleichungen (Objektaspekt): $n^2 = 8n \mid : n$ (ungleich 0)

$$\rightarrow n = 8$$

Oder auch Lösung durch Erzeugen weiterer Funktionswerte: $A(n)$ Zuordnung / Input-Output; $N(n)$ Kovariation

Aufgabe 3:

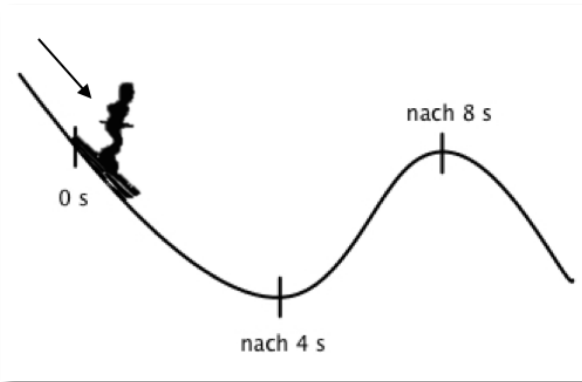
Objekt: über allgemeine Form linearer Gleichung plus Einsetzen der Parameter

Kovariation: Was verändert sich mit jeder Stunde?

Zuordnung: Wertepaare ermitteln

Schüleraufgabe

(adaptiert von S. 9f aus Barzel, B. & Ruchniewicz, H. (2020). *SAFE Tool*. Papierversion.
https://www.uni-due.de/imperia/md/images/bif/safe_tool_papierversion.pdf [19.9.2022])



Ein Skifahrer hat zum Zeitpunkt 0 Sekunden schon eine Anfangsgeschwindigkeit und lässt sich dann den Berg hinuntergleiten (ohne absichtlich zu bremsen).

- Wann ist er schneller: bei Sekunde 4 oder 8?
- Beschreibe in Worten, wie sich seine Geschwindigkeit mit der Zeit verändert.
- Eine Skifahrerin fährt die gleiche Strecke und hat eine höhere Anfangsgeschwindigkeit als der Skifahrer. Vergleiche die beiden Fahrten in Worten.

Aktivität

Beurteilen Sie die abgedruckten Schülerlösungen in Hinblick auf die genutzten Darstellungen und Grundvorstellungen!

1

Bei 8 Sekunden weil er an dem
Hügel kein Berg hoch muss.

2

Der Skifahrer fährt erst schneller, weil er bergab
fährt. Dann wird er langsamer, da es bergauf
geht und dann wieder schneller weil es bergab geht.

3

Bei 0 Sekunden ist er noch schnell aber ^{bei} nach 4 Sekunden
ist er langsam und bei 8 Sekunden wieder schnell.

4

ist genau so schnell wie bei der
anderen Fahrt.

Anregungen für Diskussion:

1. Man gewinnt den Eindruck, dass bildlich und verbal dargestellter funktionaler Zusammenhang nicht verstanden, also kein adäquates Situationsmodell aufgebaut wurde. Dementsprechend kann die Grundvorstellung Zuordnung nicht sinnvoll aktiviert werden, die sich darauf bezieht, dass den einzelnen Zeitpunkten konkrete Geschwindigkeiten zugeordnet werden. Stattdessen dominiert unpassendes Situationsmodell, laut dem eine höhere Geschwindigkeit verzeichnet wird, wenn man keinen Berg mehr hinauf fahren muss.
2. Aus Lösung kann geschlossen werden, dass der funktionale Zusammenhang zwischen Zeit und Geschwindigkeit in der Darstellung „Bild“ und „Text“ erkannt, interpretiert und in Worten beschrieben werden kann.
Außerdem wird die Grundvorstellung Kovariation beherrscht.
3. Hieraus kann geschlossen werden, dass der dargestellte funktionale Zusammenhang zwischen Zeit und Geschwindigkeit nicht verstanden wurde und demnach nicht sinnvoll interpretieren und in Worten beschrieben werden kann.
Hier wäre die Grundvorstellung Kovariation hilfreich, bei der die Veränderung der Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit betrachtet wird. Dass die Kovariationsvorstellung nicht verfügbar ist, erkennt man insbesondere daran, dass es nur den Bezug auf einzelne Zeitpunkte gibt.
4. Auch hier macht es den Anschein, dass die bildliche und verbale Darstellung gar nicht verstanden wurden, also kein angemessenes Situationsmodell / Verständnis für die Situation aufgebaut wurde. Dementsprechend ist die Grundvorstellung Objekt nicht verfügbar. Es gibt keine Einsicht, welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei den beiden Fahrten vorliegen bzw. betrachtet werden können.

Aktivität Forschendes Lernen

Im Folgenden sehen Sie drei verschiedene Ansätze aus Schulbüchern zur Einführung von Potenzen.

1. Vergleichen Sie die verschiedenen didaktischen Ansätze. Berücksichtigen Sie insbesondere, inwieweit die Beispiele das Vorwissen von Schüler*innen einbeziehen.
2. Für welches Beispiel würden Sie sich entscheiden? Begründen Sie.

1

According to a legend, long ago in one of the kingdoms of ancient India there was a powerful and rich emperor named Velchib. A Brahmin priest, named Sissa, invented and offered as a present to the emperor, a chess. The emperor was so impressed and excited with the present to the emperor that he decided to offer him a gift. Velchib asked Sissa what present he wanted.



Sissa thought for a moment and replied "I want two grains of wheat in the first square, four in the second, eight in the third and so on..."

The emperor was puzzled and angry about the cheap gift that Sissa had asked for and ordered his storekeepers to give him the wheat he wanted. However, as things turned out he could not deliver his promise.

✓ Why couldn't the emperor deliver his promise?

Fill in the table:

Square	Number of wheat grains	Result
1	2	2
2	$2 \cdot 2$	4
3	$2 \cdot 2 \cdot 2$	
4		
⋮		
8		
10		
⋮		
32		
⋮		
64		

✓ Explain your strategy

To produce this huge quantity of grains, which is actually a 20 - digit number, one has to plant the whole Earth 76 times!

It is said that the emperor, in order to avoid the insult for not keeping his promise, he was consulted by his advisors to ask Sissa to count all the grains. Something that would take forever!

2

Powers & Exponents

Powers can be used to show repeated multiplication of the same number.

$$\begin{array}{c} \text{Exponent} \\ \uparrow \\ \text{Base} \rightarrow 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \text{Power} \end{array}$$

This is read as "two to the power of three"

3

Use your calculator to complete the following table

	Result		Result
$2 \cdot 2$		2^2	
$2 \cdot 2 \cdot 2$		2^3	
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$		2^4	
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$		2^5	
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$		2^6	

(a) What do you observe?

(b) How can we express repeated multiplication of the same number? Provide examples.