



## I. Rozwiąż poniższe zadania najlepiej, jak potrafisz 😊

### Zadanie 1

W pewnej restauracji porcja *nigiri* kosztuje 4,50 zł, a porcja *sashimi* kosztuje 9,00 zł. Hiroko wydała w sumie 45 zł na  $x$  porcji *nigiri* i  $y$  porcji *sashimi*.

- Znajdź funkcję opisującą zależność między liczbą porcji *nigiri* ( $x$ ) a liczbą porcji *sashimi* ( $y$ ), zakupionych przez Hiroko.
- Jeżeli Hiroko kupiła 4 porcje *nigiri*, ile kupiła porcji *sashimi*?
- Jeżeli Hiroko kupiła 1 porcję *sashimi*, ile kupiła porcji *nigiri*?
- Naszczuj wykres funkcji znalezionej w podpunkcie a. Zaznacz na wykresie dwa punkty, które przedstawiają twoje odpowiedzi na podpunkty b i c.

### Zadanie 2

Rozstrzygnij, czy poniższe funkcje są liniowe. Uzasadnij swoje rozumowanie.

A.  $y = 14x$

- To jest funkcja liniowa.
- To nie jest funkcja liniowa.

**Uzasadnienie:**

B.  $y = 14$

- To jest funkcja liniowa.
- To nie jest funkcja liniowa.

**Uzasadnienie:**

C.  $x = 14$

- To jest funkcja liniowa.
- To nie jest funkcja liniowa.

**Uzasadnienie:**

D.  $y = 2x + 1$

- To jest funkcja liniowa.
- To nie jest funkcja liniowa.

**Uzasadnienie:**

E.  $y = x^2 + 1$

- To jest funkcja liniowa.
- To nie jest funkcja liniowa.

**Uzasadnienie:**

F.  $y = \frac{x^2}{x} + 1$

- To jest funkcja liniowa.
- To nie jest funkcja liniowa.

**Uzasadnienie:**

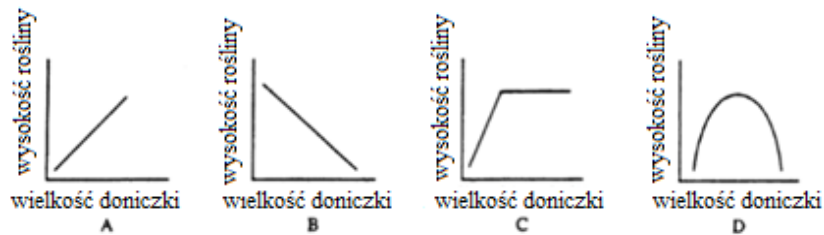
This material is provided by the [FunThink Team](#).



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License ([CCBY-SA4.0](#)).  
Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

### Zadanie 3

Denis planuje zbadać wpływ różnych rozmiarów doniczek na uprawę słonecznika. Poniższe wykresy przedstawiają cztery możliwe wyniki jego eksperymentu.

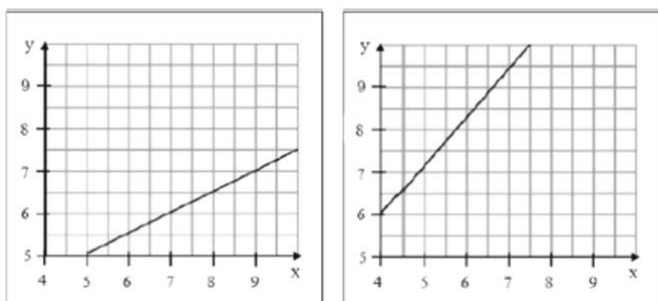


Który wykres najlepiej opisuje każde z poniższych stwierdzeń? Uzasadnij swój wybór:

- I. Wraz ze wzrostem wielkości doniczki zmniejsza się wysokość rośliny.
  - Wykres:
  - **Uzasadnienie:**
  
- II. Wraz ze wzrostem wielkości doniczki wzrasta wysokość rośliny do pewnej wielkości doniczki. W większych donicach wysokość rośliny pozostaje taka sama.
  - Wykres:
  - **Uzasadnienie:**

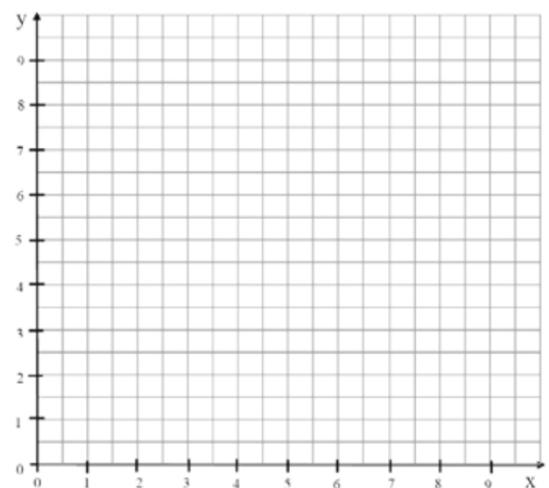
### Zadanie 4

Każdy z tych dwóch wykresów przedstawia odcinek funkcji liniowej:



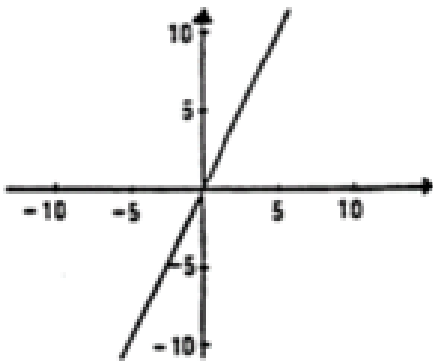
Dla jakiej wartości  $x$  te dwie funkcje mają taką samą wartość?

Proszę o rozwiązanie zadania z rysunkiem w układzie współrzędnych podanym obok.



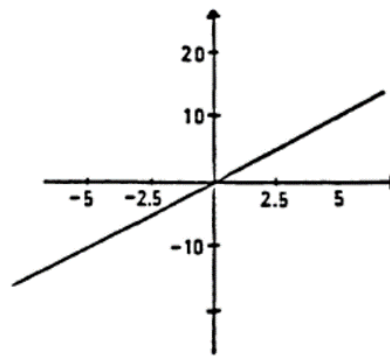
### Zadanie 5

Poniżej przedstawiono cztery graficzne opisy funkcji liniowych w układzie o różnych jednostkach skali. Wybierz wzór funkcji przedstawionej na każdym wykresie. Uzasadnij swój wybór dla każdego przypadku.



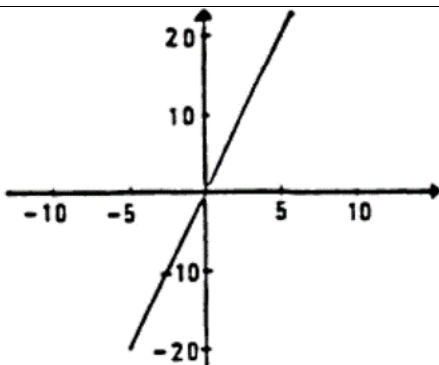
- 1)  $y = 12x$
- 2)  $y = 4x$
- 3)  $y = 2x$
- 4)  $y = 10x$

Uzasadnienie:



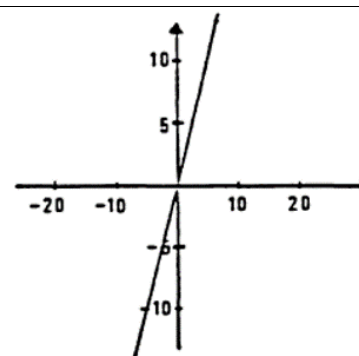
- 1)  $y = 12x$
- 2)  $y = 4x$
- 3)  $y = 2x$
- 4)  $y = 10x$

Uzasadnienie:



- 1)  $y = 12x$
- 2)  $y = 4x$
- 3)  $y = 2x$
- 4)  $y = 10x$

Uzasadnienie:



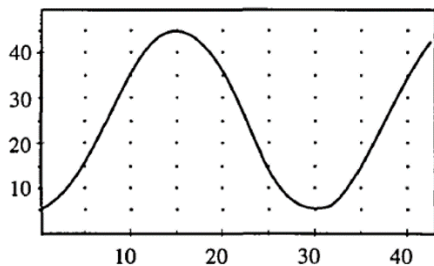
- 1)  $y = 12x$
- 2)  $y = 4x$
- 3)  $y = 2x$
- 4)  $y = 10x$

Uzasadnienie:

### Zadanie 6

Na ostatnim festynie powiatowym znajdował się diabelski młyn, który miał promień 20 stóp a odległość koła od ziemi wynosiła 5 stóp. Wysokość osoby siedzącej na diabelskim młynie nad ziemią przedstawia poniższa tabelka, wykres i wzór.

Czas (sekundy)	Wysokość (stopy)
0	5,0
5	15,0
10	35,0
15	45,0
20	35,0
25	15,0
30	5,0
35	15,0
40	35,0



$$h(t) = 25 + 20 \sin\left(\frac{2\pi}{30}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

1. Aby dowiedzieć się, kiedy osoba jadąca na kole po raz pierwszy osiągnie wysokość 35 stóp użyję:

- A) tabelki                      B) wykresu                      C) wzoru

**Wyjaśnij, dlaczego:**

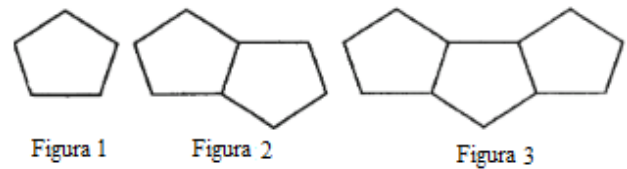
2. Aby określić, kiedy wysokość zmienia się najszybciej, użyłbym:

- A) tabelki                      B) wykresu                      C) wzoru

**Wyjaśnij, dlaczego:**

### Zadanie 7

Rysunek przedstawia pierwsze trzy figury tworzone według pewnej zasady:



- A) Wyznacz obwód 4-tej figury.
- B) Wyznacz obwód dla setnej figury.
- C) Napisz przepis, który mógłby posłużyć do znalezienia obwodu dowolnej figury tworzonej wg tej zasady. Uzasadnij odpowiedź. Opisz, jak Twój przepis odnosi się do graficznego przedstawienia tych figur.

**Zadanie 8** Zdefiniuj następujące pojęcia. Jeśli uważasz, że to ważne - podaj więcej definicji.

A) Funkcja:

B) Funkcja liniowa:

**II. Odpowiedz na poniższe pytania tak dokładnie, jak tylko potrafisz. Nie przejmuj się, jeśli nie znasz niektórych terminów.**

1. Zapisz swoją osobistą definicję matematyki

2. Jaka jest różnica i jakie są podobieństwa między matematyką jako nauką a matematyką jako przedmiotem, którego będziesz uczyć

3. Czy spotkałeś się wcześniej z terminem „*myślenie funkcyjne*”?

TAK / NIE (zakreśl odpowiedź)

Jeśli TAK, to czym jest myślenie funkcyjne wg Ciebie? Jeśli NIE, to jakie jest Twoje przypuszczenie? Rozwiń swoją odpowiedź.

4. Od jakiego wieku, Twoim zdaniem, możliwe jest rozwijanie *myślenia funkcyjnego* u uczniów, wg definicji powyżej? Uzasadnij swoją odpowiedź

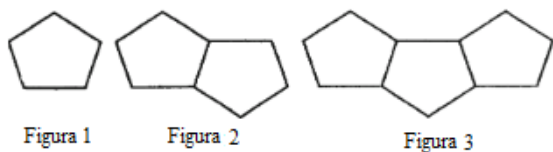
5. Jakie tematy z programu nauczania matematyki (i w których klasach) są istotne dla rozwoju *myślenia funkcyjnego*?

6. Co uważasz za cel nauczania o funkcjach? Rozwiń swoją odpowiedź

7. Jak sprawdzisz, czy uczniowie osiągają cele, które sformułowałeś w poprzednim pytaniu?  
Zaprojektuj trzy zadania, które dobrze sprawdzają się w ocenie myślenia funkcjonalnego uczniów. Rozwiąż je, określ wiek (klasę), dla której są przeznaczone, i uzasadnij swój wybór.

8. Omów trudności, które mogą dotyczyć następujących zadań: (kontynuacja wzorca, wzór na podstawie tabelki)

Rysunek przedstawia pierwsze trzy figury tworzone według pewnej zasady:



- A) Wyznacz obwód 4-tej figury.
- B) Wyznacz obwód dla setnej figury.
- C) Napisz przepis, który mógłby posłużyć do znalezienia obwodu dowolnej figury tworzonej wg tej zasady. Uzasadnij odpowiedź. Opisz, jak Twój przepis odnosi się do graficznego przedstawienia tych figur.

Na podstawie poniższej tabeli wyznacz wzór funkcji:

x	0	1	2	3
f(x)	3	5	7	9

**Możliwe trudności:**

**Możliwe trudności:**

9. Jakich trudności w nauce i błędnych przekonań można się spodziewać podczas nauczania funkcji? Użyj jak najwięcej przykładów, aby zilustrować swoją odpowiedź.



### **III. Zaprojektuj scenariusz lekcji wprowadzającej temat funkcji liniowej dla klasy I LO.**

Twoim zadaniem jest przygotowanie lekcji. Pisząc przygotowanie, wyobraź sobie, że zgodnie z nim ktoś inny powinien uczyć i szybko zrozumieć, o co chodzi, albo że chcesz wrócić do tego przygotowania za kilka lat i nie chcesz poświęcać czasu na zastanawianie się, jak rozwiązane jest każde zadanie, dlaczego właściwie je tam umieściłeś itp.

Dlatego zamieszczaj rozwiązania zadań, komentarze do zadań, które wydają Ci się ważne z punktu widzenia nauczyciela itp. Możesz wstawić sfotografowane rozwiązania do przygotowania, albo je zeskanować. Zachowaj tylko taką strukturę strony głównej, jak pokazano w szablonie.

Opracuj najlepiej jak potrafisz. Korzystaj z tego, co jest dla Ciebie dostępne, ale pamiętaj, aby to zacytować. Proszę pracować samodzielnie i korzystać z załączonego szablonu.

Przedmiotem opracowania jest Definicja funkcji liniowej - poznanie nowego zagadnienia.

Proszę o nazwanie odesłanego dokumentu Nazwisko\_funkcja liniowa w plikach zespołu w odpowiedzi na Zadanie.

Pod koniec przygotowania (lub nawet w międzyczasie) można napisać notatki, jeśli nie jesteście Państwo czegoś pewni lub pojawiły się wątpliwości.



## 1.

Hotel ma kilka pięter, parter jest piętrem zerowym, a poniżej piętra zerowego znajduje się kilka pięter parkingowych. Poniższa tabela pokazuje, na które piętro można dotrzeć w czasie kilku sekund. Zameldowałeś się na 14 piętrze i masz zamiar zejść na parking do swojego samochodu.

Liczba sekund	Numer piętra
0	14
2	10
4	6
6	2
7	?

(a) Na którym piętrze będziesz po 7 sekundach? Wyjaśnij swoją odpowiedź .

(b) Z jaką prędkością winda jedzie na dół? Wyjaśnij swoją odpowiedź..

This material is provided by the [FunThink Team](#).



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License ([CC BY-SA 4.0](#)).  
Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

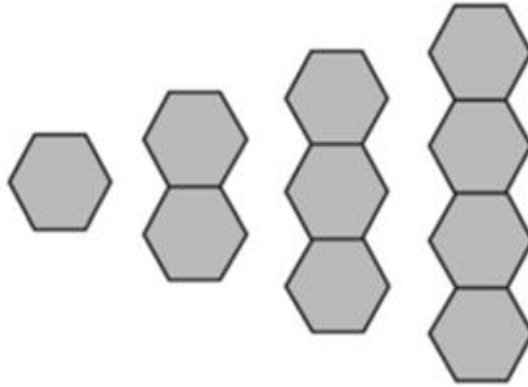
## 2.

Pierwszy kształt (1 sześciokąt) ma obwód 6.

Trzeci kształt (3 sześciokąty jeden nad drugim) ma obwód 14.

Drugi kształt (2 sześciokąty położone na sobie) ma obwód równy .....

Piąty kształt (5 sześciokątów położone na sobie) ma obwód równy.....



(a) Opisz, jak wyznaczyłbyś obwód figury złożonej ze 100 sześciokątów położonych jeden na drugim, nie znając obwodu figury składającej się z 99 sześciokątów położonych jeden na drugim.

(b) Napisz wzór na obliczenie obwodu dla skończonej liczby sześciokątów ustawionych w rzędzie nad sobą.

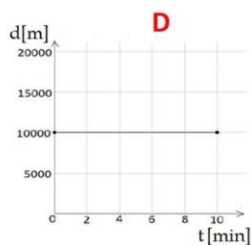
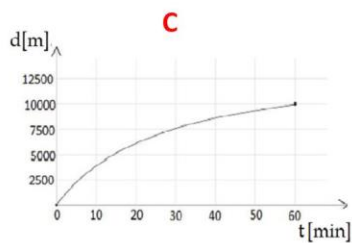
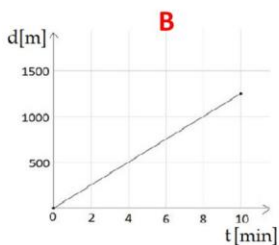
(c) Wyjaśnij, dlaczego twój wzór powinien być poprawny.

### 3.

Adam wybiegł z punktu A i biegł przed siebie 10 km (patrz rysunek).



Dobierz wykres, który najlepiej opisuje jego bieg.



**E**  
Żaden  
wykres nie  
pasuje.

t - czas

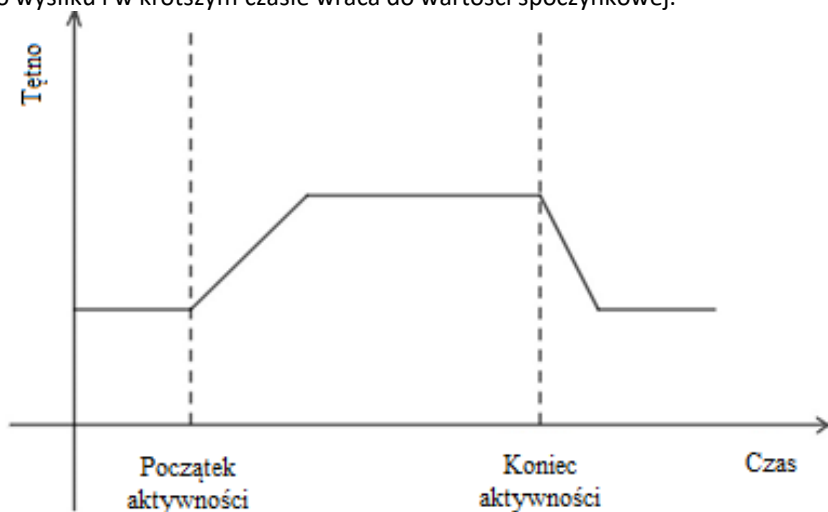
d - odległość w poziomie od punktu A

Uzasadnij swój wybór:

### 4.

W podręczniku czytamy: "Istnieje kilka różnic pomiędzy przebiegiem tętna u osoby regularnie ćwiczącej - wytrenowanej i nietrenującej:

- Osoba wytrenowana ma niższe tętno spoczynkowe przed rozpoczęciem ćwiczeń,
- jej tętno podczas wysiłku wzrasta wolniej i osiąga niższe wartości,
- jej tętno szybciej spada po wysiłku i w krótszym czasie wraca do wartości spoczynkowej."



Na rysunku znajduje się wykres tętna osoby wytrenowanej. Na tym samym rysunku naszkicuj, jak wyglądałoby to dla tego samego ćwiczenia, wykres tętna osoby niewytrenowanej, z pokazanymi wszystkimi różnicami.

## 5.

Na podstawie poniższego rysunku odpowiedz na poniższe pytania:



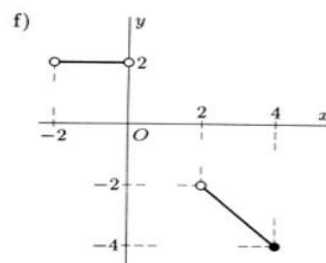
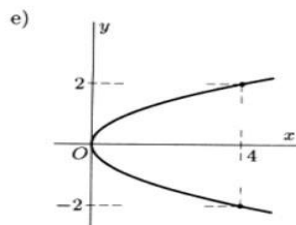
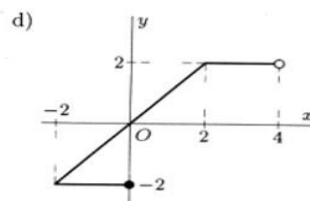
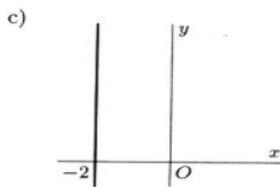
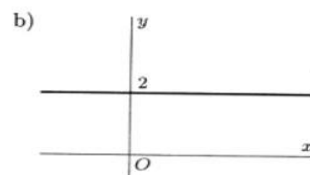
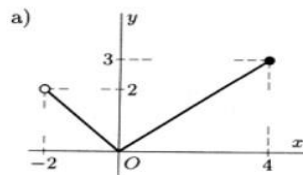
(a) Ile metrów przebiegnie biegacz 2 w przedziale czasu  $t = 4s$  i  $t = 6s$ ?

(b) Kiedy biegacz 1 jest szybszy od biegacza 2?

(c) Który biegacz jest najszybszy w czasie  $t = 12s$ ?

## 6.

Zdecyduj, który z wykresów przedstawionych na poniższym rysunku jest wykresem funkcji. Dla funkcji określ także dziedzinę i zbiór wartości.



## 7.

Kontynuując rozszerzanie tabeli, znajdź analityczny przepis funkcji.

$x$	1	2	3	4	5	6	7	100
$f(x)$	5	8	11	14				

## 8.

Zdecyduj, czy opisane przyporządkowania są funkcjami. Zakreśl właściwą odpowiedź: TAK (przyporządkowanie jest funkcją) lub NIE (przyporządkowanie nie jest funkcją) i uzasadnij.

- a. Tabela przedstawia ile należy zapłacić na wejście do parku rozrywki w zależności od wieku uczestnika.

Wiek	Cena
0-2 lata (małe dziecko)	0 zł
2-16 lat (dziecko)	20 zł
16+ (dorosły)	30 zł

TAK / NIE, ponieważ .....

.....

.....

- b. Przyporządkowanie *pole* trójkąta równobocznego do *długości jego boku*.

TAK / NIE, ponieważ .....

.....

- c. Numerowi strony pewnego podręcznika do matematyki została przyporządkowana liczba zdań na tej stronie.

TAK / NIE, ponieważ .....

.....

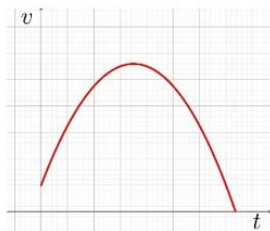
- d. Uczniowi twojej klasy przypisano imiona jego rodzeństwa.

TAK / NIE, ponieważ .....

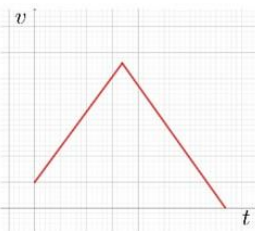
.....

## 9.

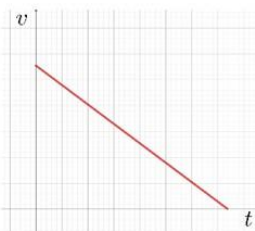
Kamień został rzucony pionowo w górę. Wybierz jeden z wykresów, który najlepiej opisuje zmiany szybkości ( $v$ ) kamienia w czasie ( $t$ ) podczas jego ruchu. Opór powietrza pomijamy. Wyjaśnij swój wybór.



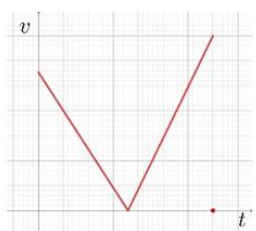
A



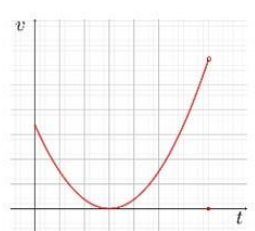
B



C



D



E

Wyjaśnienie. Jakiej masz wątpliwości?

## 10.

Helena chce zorganizować przyjęcie urodzinowe w sali zabaw dla dzieci. Decyduje się pomiędzy następującymi ofertami:

Plac zabaw A: Cena za każdego gościa wynosi 15 euro.

Plac zabaw B: Cena za jednego gościa wynosi 12 euro. Dodatkowo trzeba zapłacić 50 euro.

Plac zabaw C: Cena za jednego gościa wynosi 18 euro. Od ostatecznej ceny całkowitej zostanie udzielony rabat w wysokości 30 euro.

Która oferta jest dla niej najkorzystniejsza?

## 11.

Ile razy w roku bije twoje serce?

## 12.

Rozstrzygnij, które z równań jest wzorem funkcji liniowej. Uzasadnij swoją wypowiedź.

(a)  $y = 14x$

(b)  $y = 14$

(c)  $x = 14$

(d)  $y = \frac{2}{x} + 1$

(e)  $y = \frac{x}{2} + 1$

(f)  $y = \frac{x^2}{x} + 1$

## 13.

Tabela przedstawia liczbę ludności Nevady w latach 2000-2006.

Rok	Populacja (w milionach)	Zmiana w populacji (w milionach)
2000	2.020	0.073
2001	2.093	0.075
2002	2.168	0.078
2003	2.246	0.081
2004	2.327	0.084
2005	2.411	0.087
2006	2.498	

(a) Podziel liczbę ludności w każdym roku przez liczbę ludności w roku poprzednim. Co obserwujesz?

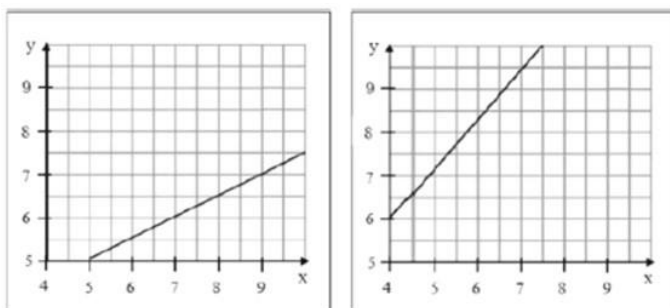
(b) Napisz, jak wielkość populacji zależy od liczby lat, które upłynęły do roku 2000.



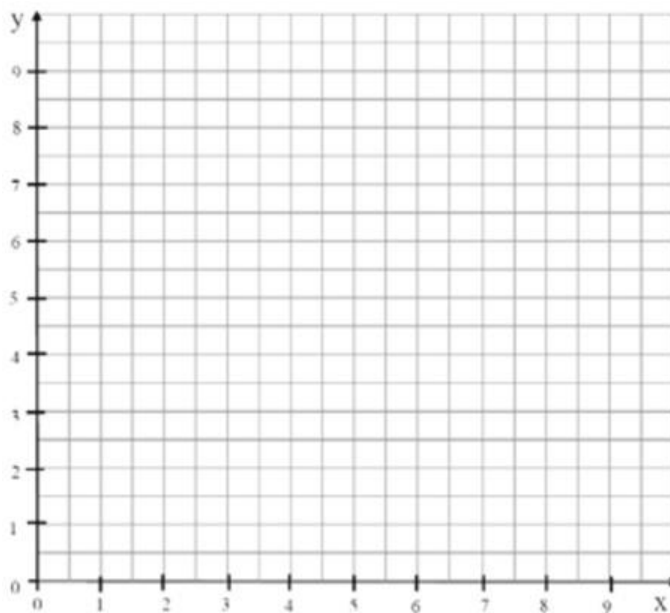
14. zrobione 😊

15.

Każdy wykres poniżej przedstawia fragment wykresu funkcji liniowej.



Dla jakiej wartości  $x$  te dwie funkcje mają taką samą wartość  $y$ ? Rozwiąż zadanie w siatce kwadratowej.



16.. zrobione 😊

This material is provided by the [FunThink Team](#).



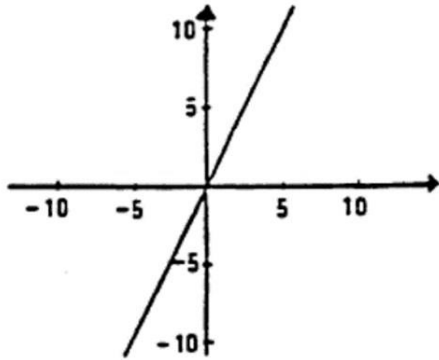
Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License ([CC BY-SA 4.0](#)).
   
 Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors,
   
 and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

# 17.

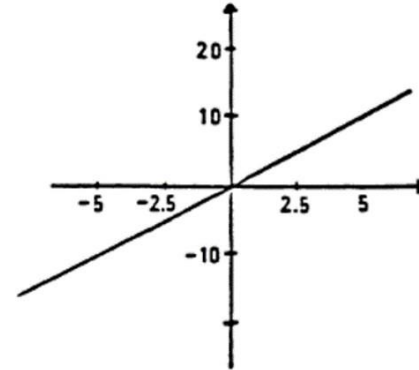
Na rysunku przedstawiono cztery wykresy funkcji liniowych w kartezjańskim układzie współrzędnych z różnymi jednostkami skali. Wybierz wzór funkcji opisującej każdy wykres. Wyjaśnij swój wybór dla każdej funkcji.

i)



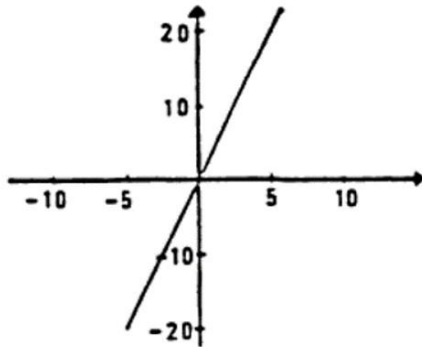
- (a)  $y = \frac{1}{2}x$
- (b)  $y = 4x$
- (c)  $y = 2x$
- (d)  $y = 10x$

ii)



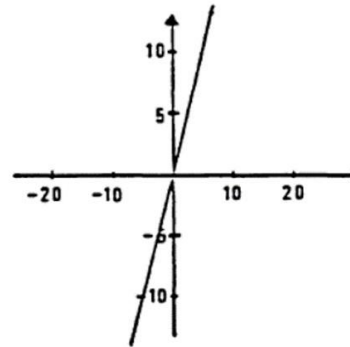
- (a)  $y = \frac{1}{2}x$
- (b)  $y = 4x$
- (c)  $y = 2x$
- (d)  $y = 10x$

iii)



- (a)  $y = \frac{1}{2}x$
- (b)  $y = 4x$
- (c)  $y = 2x$
- (d)  $y = 10x$

iv)

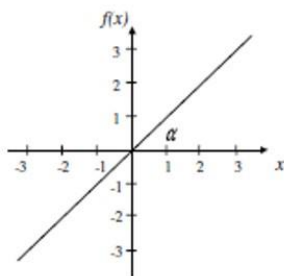


- (a)  $y = \frac{1}{2}x$
- (b)  $y = 4x$
- (c)  $y = 2x$
- (d)  $y = 10x$

## 18.

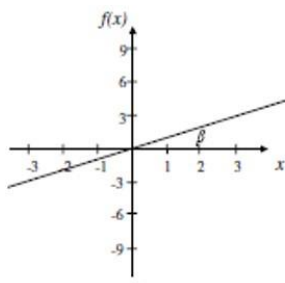
Zadanie 1: Wykres na rys. 1 przedstawia funkcję  $f$  taką, że.

$$f: x \rightarrow x$$



Obrázok 1

Zadanie 2: Uczeń narysował wykres tej samej funkcji  $f$  ( $f: x \rightarrow x$ ) w środowisku komputerowym i uzyskał następujący wykres (rys.2).



Obrázok 2

Odpowiedz na poniższe pytania (a)-(c).

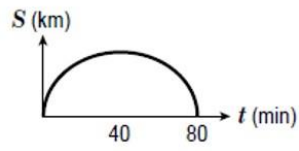
- Jaki jest współczynnik kierunkowy funkcji  $f$ ? Jak to ustaliłeś?
- Podziel wykres funkcji  $f$  na pół przez kąt, jaki dodatnia część osi współrzędnych  $x$  tworzy z dodatnią częścią osi współrzędnych  $y$ ? Uzasadnij.
- Czy potrafisz obliczyć tangens kąta utworzonego przez wykres funkcji  $f$  z dodatnią częścią osi współrzędnych  $x$ ? Jeśli tak – jaka to wartość? Jak ją obliczyłeś?

Odpowiedz na pytania (a)-(c) (takie same jak w zadaniu 1) odnosząc się do rysunku 2. Opisz swoje myśli, reakcje, dylematy i inne myśli związane z tymi pytaniami.

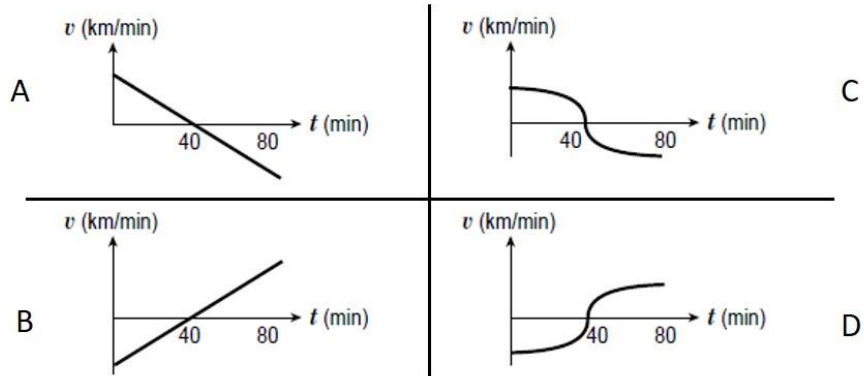
- Jaki jest współczynnik kierunkowy funkcji  $f$ ? Jak to ustaliłeś?
- Podziel wykres funkcji  $f$  na pół przez kąt, jaki dodatnia część osi współrzędnych  $x$  tworzy z dodatnią częścią osi współrzędnych  $y$ ? Uzasadnij.
- Czy potrafisz obliczyć tangens kąta utworzonego przez wykres funkcji  $f$  z dodatnią częścią osi współrzędnych  $x$ ? Jeśli tak – jaka to wartość? Jak ją obliczyłeś?

# 19.

Podany wykres przedstawia drogę odległość pewnego samochodu jako funkcję czasu.



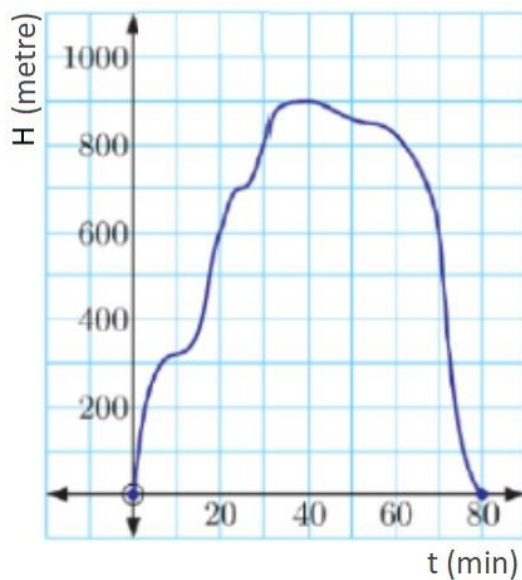
Które wykresy funkcji (A-D) mogą przedstawiać prędkość samochodu podczas tej podróży? Wybierz spośród poniższych i wyjaśnij swój wybór.





## 20.

Funkcja  $H$ , której wykres znajduje się poniżej, ukazuje wysokość pewnego balonu turystycznego po  $t$  minutach od startu.



- Znajdź  $H(30)$  i wyjaśnij, co oznacza ta liczba w kontekście lotu balonem.
- Znajdź takie argumenty  $t$ , dla których  $H(t) = 600$ . Wyjaśnij, co oznaczają te liczby w kontekście lotu balonem.
- Jaki zakres wysokości balonu został zarejestrowany w czasie lotu?
- Jak długo trwał lot balonem?
- Czy z wykresu funkcji  $H$  możemy odczytać jaką drogę przebył balon?  
Zakreśl: TAK lub NIE  
i uzasadnij swoją odpowiedź:



## 21.

(a) Czy istnieje funkcja, której dziedziną jest przedział otwarty  $(0,5)$  a zbiorem wartości jest przedział domknięty  $[2,5)$ ? Jeśli tak, to podaj przykład, jeśli nie – uzasadnij dlaczego.

(b) Czy istnieje funkcja, której dziedziną jest zbiór  $\{1,2,3\}$  a zbiorem wartości jest zbiór  $\{1,2\}$ ? Jeśli tak, to podaj przykład, jeśli nie – uzasadnij dlaczego.

(c) Czy istnieje funkcja, która dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  spełnia następujące warunki? Jeśli tak, to podaj przykład, jeśli nie – uzasadnij dlaczego.

i.  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$

ii.  $f(x + y) = f(x) + f(y)$

iii.  $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$ ?



## 22.

Jeśli w wyrażeniu  $ax^2 + bx + c$  podstawimy 1 za  $x$ , to otrzymamy liczbę dodatnią, podstawiając za  $x$  liczbę 6 otrzymamy liczbę ujemną. Ile rozwiązań ma równanie  $ax^2 + bx + c = 0$ ? Uzasadnij swoją odpowiedź.



---

## Definicja i reprezentacja funkcji

---

Rozwiąż cztery poniższe zadania. Zastanów się nad metodą rozwiązywania i ich celem..

**ZADANIE 1.** Czy istnieje funkcja, której dziedziną jest przedział otwarty  $(0,5)$ , a zbiorem wartości jest przedział domknięty  $[2,5]$ ? Uzasadnij swoją odpowiedź.

**ZADANIE 2.** Czy istnieje funkcja, której dziedziną jest  $\{1,2,3\}$ , a zbiorem wartości  $\{1,2\}$ ? Uzasadnij swoją odpowiedź.

This material is provided by the [FunThink Team](#).



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License ([CC BY-SA 4.0](#)).  
Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



**ZADANIE 3.** Czy istnieje funkcja, która dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  spełnia warunek:  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ . Uzasadnij swoją odpowiedź.

**ZADANIE 4.** Jeśli podstawimy 1 za  $x$  w wyrażeniu  $ax^2 + bx + c$  otrzymamy liczbę dodatnią, podstawiając 6 otrzymamy liczbę ujemną. Ile rozwiązań ma równanie  $ax^2 + bx + c = 0$ ? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Źródła zadań:

- Sajka, M. (2019). *Pojęcie funkcji. Wiedza przedmiotowa nauczyciela matematyki*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Pedagogicznego, DOI 10.24917/9788380841048, p. 102, 107-108. (Tasks 1-3)
- Even, R. (1990). Subject Matter Knowledge for Teaching and the Case of Functions, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 21, No. 6. (Dec., 1990), pp. 521-544. (Task 4)

## Definicja i reprezentacja funkcji - handout 2

Read the text below and the examples from the school textbook and the task book.

What do you discover?

1

Źródło: Sajka (2019, p. 15-16):

“W matematyce istnieją dwa fundamentalnie różne podejścia do definiowania pojęcia funkcji, dwie kontrastujące definicje pojęcia funkcji sformułowane przez Peano (1911) i Hausdorffa (1914):

1. Według Peano relacja to pewien zbiór par uporządkowanych, a z kolei funkcja to pewien specjalny typ relacji, w której jeśli para  $(x, y)$  oraz  $(x, z)$  są parami należącymi do tej relacji, to  $y = z$ .
2. Hausdorff (1914) zdefiniował najpierw produkt dowolnych zbiorów  $A, B$  jako zbiór wszystkich par uporządkowanych  $p = (a, b)$ , gdzie  $a \in A$  i  $b \in B$ , a następnie napisał:

*(...) rozważymy pewien zbiór  $P$  takich par, mających mianowicie tę cechę, że każdy element  $a$  z  $A$  występuje na pierwszym miejscu w jednej i tylko jednej parze  $p$  z  $P$ . Każdy element  $a$  określa w ten sposób jeden i tylko jeden element  $b$ , ten właśnie, z którym w parze  $p = (a, b)$  jest złączony; ten element określony przez  $a$ , od  $a$  zależny, przyporządkowany  $a$ , oznaczamy przez  $b = f(a)$  i mówimy, że przez to w  $A$  (tzn. dla wszystkich elementów z  $A$ ) została zdefiniowana pewna jednoznaczna funkcja. Dwie takie funkcje  $f(a), f'(a)$  uważamy za równe wtedy i tylko wtedy, gdy przynależne zbiory par  $P, P'$  są równe, a więc dla każdego  $a$  zachodzi  $f(a) = f'(a)$*

(Hausdorff, 1914, s. 33).

Literatura:

- Hausdorff, F. 1914, *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig.
- Peano, G. (1911). Sulla definizione di funzione, *Atti della Reale Accademia dei Lincei, Serie 5a, Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* 20, 3-5.
- Sajka, M. (2019). *Pojęcie funkcji. Wiedza przedmiotowa nauczyciela matematyki*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Pedagogicznego, DOI 10.24917/9788380841048.

This material is provided by the [FunThink Team](#).



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License ([CC BY-SA 4.0](#)). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

## Sposoby opisywania funkcji

Najczęstszymi sposobami, które stosujemy do opisywania funkcji, są:

- opis słowny
- tabelka
- graf
- zbiór par uporządkowanych
- wzór
- wykres

8.9. Dana jest funkcja  $f$ . Podaj opis słowny tego przyporządkowania.

a)  $f: x \rightarrow \sqrt{x}$ , gdzie  $x \in \{0, 1, 4, 9, 16\}$

b)  $f: x \rightarrow \frac{1}{x}$ , gdzie  $x \in \left\{-\frac{1}{2}; 4, 5; \frac{3}{4}; 11\right\}$

c)  $f: x \rightarrow -x$ , gdzie  $x \in \{-10, -8, -4, 6, 8\}$

d)  $f: x \rightarrow 0,5x$ , gdzie  $x \in \left\{\frac{1}{3}, \frac{4}{5}, 6, 8\right\}$

8.10. Dana jest funkcja, przedstawiona w postaci zbioru par uporządkowanych.

Narysuj wykres tej funkcji.

a)  $\{(-2, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$

b)  $\{(-4, 3), (-3, 4), (-2, 0), (-1, 1), (0, 3), (2, 4)\}$

c)  $\{(-3, 1), (-2, 1), (-1, 1), (0, 1), (1, 1), (2, 1)\}$

d)  $\{(-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$

8.11. Dana jest funkcja, opisana za pomocą zbioru par uporządkowanych. Podaj wzór tej funkcji.

a)  $\{(-2, 3), (-1, 4), (0, 5), (1, 6)\}$

b)  $\{(-4, 8), (-3, 6), (1, -2), (2, -4), (3, -6), (4, -8)\}$

c)  $\left\{\left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{64}\right), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{27}\right), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}\right), (0, 0), (2, 8), (3, 27), (4, 64)\right\}$

d)  $\left\{(-8, 5), (-3, 5), \left(-\frac{1}{2}, 5\right), (3, 5), (11, 5)\right\}$

8.12. Dana jest funkcja, opisana za pomocą zbioru par uporządkowanych:

$\{(1, 3), (-2, 7), (7, 4), (0, 0), (8, 1)\}$ .

a) Podaj wartość funkcji dla argumentu 7.

b) Podaj argument funkcji, dla którego wartość funkcji wynosi 1.

8.13. Dana jest funkcja  $f(x) = -2x^2 + 8$ , gdzie  $x \in \{-2, -1, 2, 3\}$ .

a) Oblicz wartość funkcji  $f$  dla argumentu 2.

b) Czy istnieje taki argument funkcji  $f$ , dla którego wartość funkcji wynosi 6? Jeśli tak, to podaj ten argument.

8.14. Dana jest funkcja, opisana za pomocą zbioru par uporządkowanych. Narysuj wykres tej funkcji.

a)  $\{(x, y): |x+3| \geq 1 \text{ i } y = -x\}$

b)  $\{(x, y): |x-2| < 2 \text{ i } y = x-1\}$

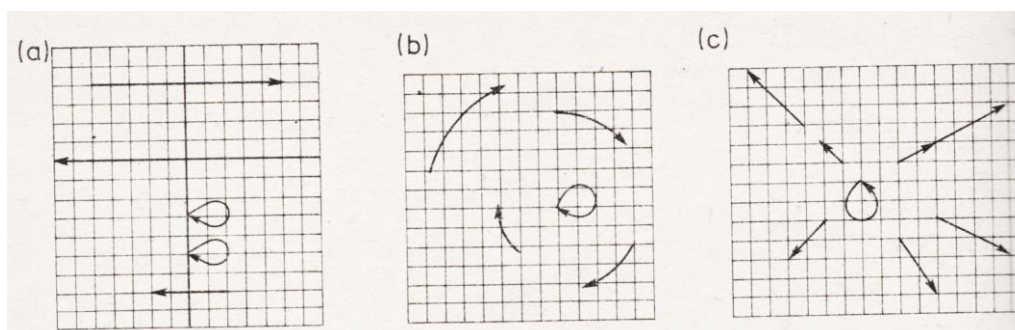
Źródło:

Ad. (2) Kurczab, M., Kurczab, E., Świda E. (2015). Textbook: „Mathematics 1 to secondary and technical schools”, Wydanie IV, Warszawa, s. 286;

Ad. (3) Kurczab, M., Kurczab, E., Świda E. (2014)., Matematyka 1, Zbiór zadań do liceów i techników, [Mathematics 1 - task book to secondary and technical schools], Wydanie III, Warszawa, 2014, s.203.

## Definicja i reprezentacje funkcji

Zastanów się nad tymi wykresami:



Źródło: Turnau, S. (1990). Wykłady o nauczaniu matematyki, WSiP, Warszawa, s. 178

- Jakie przekształcenie jest reprezentowane przez poniższe wykresy?
- Jak nazywamy takie wykresy?
- Czy przekształcenia przedstawione w ten sposób są funkcjami?

This material is provided by the [FunThink Team](#).



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License ([CC BY-SA 4.0](#)).  
 Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Winter semester 2022/23

**Rozwiąż poniższe zadania na kilka różnych sposobów**

**ZADANIE 1: Śweczka**

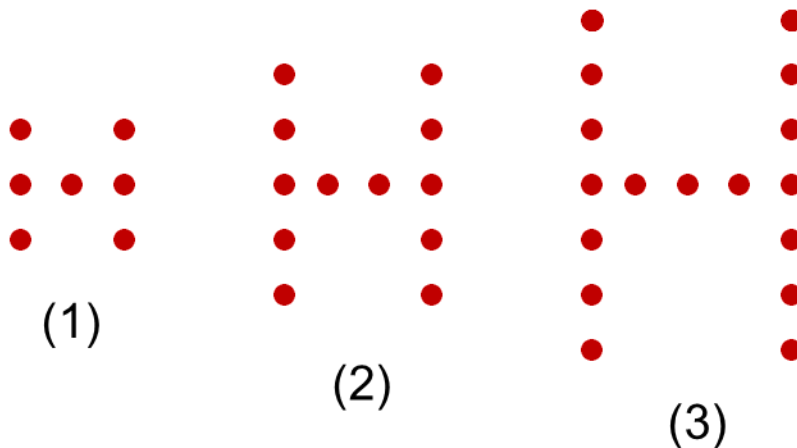
Mamy następującą sytuację:

"Śweczka ma początkowo 24 cm wysokości. Co godzinę zmniejsza się o 2 cm."

Jak można matematycznie opisać tę sytuację?

**ZADANIE 2: Żetony**

Emil ułożył z żetonów trzy pierwsze figury według pewnego wzorca:



- A. Jaka będzie liczba żetonów w piątej figurze?  
B. W celu wyznaczenia liczby żetonów dla każdej figury można zastosować jeden z trzech poniższych wzorów. Który wzór powinien wybrać Emil? Proszę zaznaczyć poprawną odpowiedź

$n$  – numer kolejnego wzoru

$z$  – liczba kart w figurze

- a.  $z = n + 6$   
b.  $z = 5n + 2$   
c.  $z = 3n + 4$

(German final exams for middle school)

This material is provided by the [FunThink Team](#).



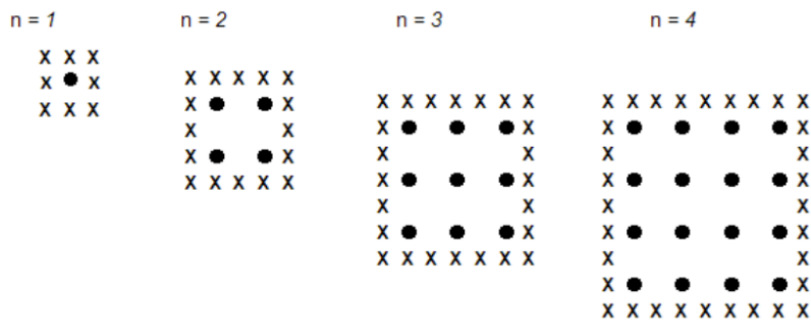
Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License (CC BY-SA 4.0). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

### ZADANIE 3: Sad

Rolnik sadi jabłonie w układzie kwadratowym. Aby chronić drzewa przed wiatrem, sadi wokół sadu drzewa iglaste.

Oto diagram tej sytuacji, na którym widać układ jabłoni i iglaków dla dowolnej liczby ( $n$ ) rzędów jabłoni:

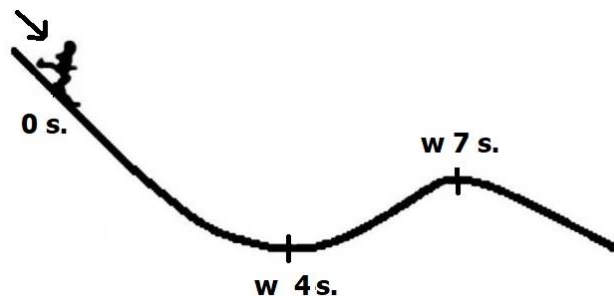


Kiedy liczba drzew iglastych (x) będzie taka sama jak liczba jabłoni (•)?

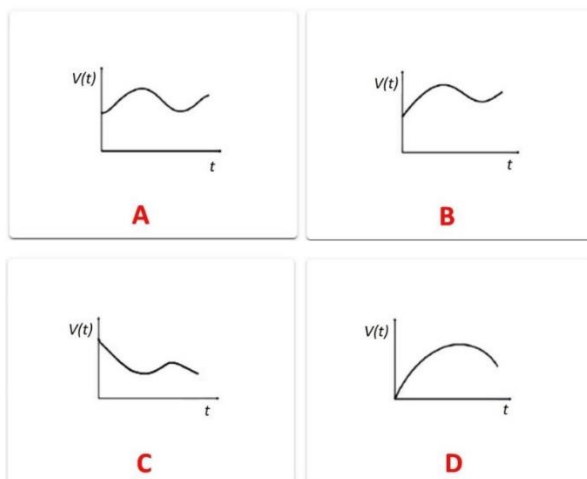
(PISA: [https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2\\_math.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2_math.pdf))

### ZADANIE 4: Narciarz

Narciarz ma już prędkość początkową w czasie 0 sekund, a następnie pozwala sobie na ślizganie się w dół wzgórza bez celowego hamowania (tarcie pomijamy).



- Kiedy jest szybszy: w sekundzie 4 czy 7?
- Opisz słowami, jak zmienia się jego prędkość w czasie.
- Który z wykresów szybkości ( $v$ ) w czasie ( $t$ ) najlepiej przedstawia zjazd narciarza z tego stoku. Uzasadnij swoją odpowiedź.



Winter semester 2022/23

**Rozwiąż poniższe zadania na kilka różnych sposobów**

**ZADANIE 1: Śweczka**

Mamy następującą sytuację:

"Śweczka ma początkowo 24 cm wysokości. Co godzinę zmniejsza się o 2 cm."

Jak można matematycznie opisać tę sytuację?

This material is provided by the [FunThink Team](#).

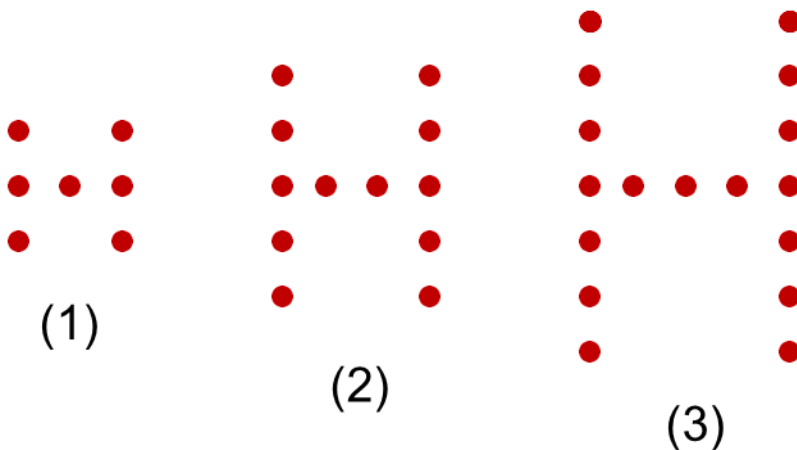


Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License ([CC BY-SA 4.0](#)). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

## ZADANIE 2: Żetony

Emil ułożył z żetonów trzy pierwsze figury według pewnego wzorca:



- A. Jaka będzie liczba żetonów w piątej figurze?  
B. W celu wyznaczenia liczby żetonów dla każdej figury można zastosować jeden z trzech poniższych wzorów. Który wzór powinien wybrać Emil? Proszę zaznaczyć poprawną odpowiedź

$n$  – numer kolejnego wzoru

$z$  – liczba kart w figurze

- a.  $z = n + 6$   
b.  $z = 5n + 2$   
c.  $z = 3n + 4$

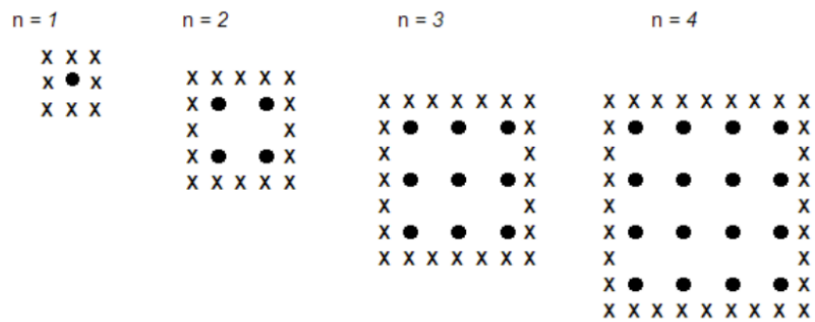
(German final exams for middle school)



### ZADANIE 3: Sad

Rolnik sadi jabłonie w układzie kwadratowym. Aby chronić drzewa przed wiatrem, sadi wokół sadu drzewa iglaste.

Oto diagram tej sytuacji, na którym widać układ jabłoni i iglaków dla dowolnej liczby ( $n$ ) rzędów jabłoni:

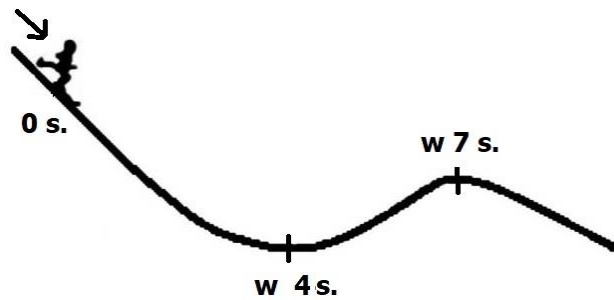


Kiedy liczba drzew iglastych (x) będzie taka sama jak liczba jabłoni (•)?

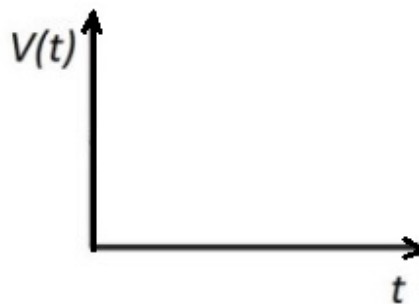
(PISA: [https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2\\_math.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2_math.pdf))

#### ZADANIE 4: Narciarz

Narciarz ma już prędkość początkową w czasie 0 sekund, a następnie pozwala sobie na ślizganie się w dół wzgórza bez celowego hamowania.



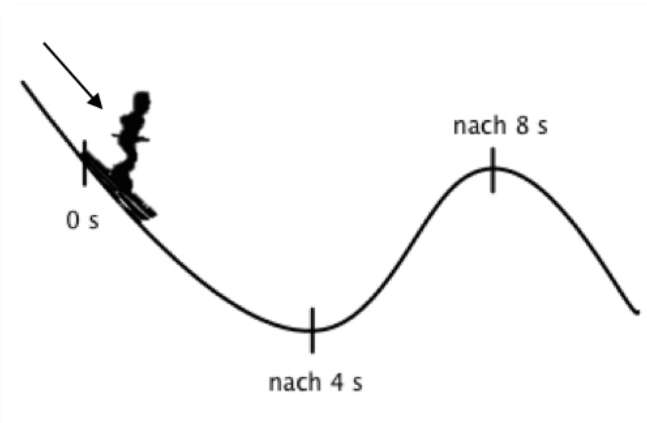
- A. Kiedy jest szybszy: w sekundzie 4 czy 7?
- B. Opisz słowami, jak zmienia się jego prędkość w czasie.
- C. Naskicuj, jak może wyglądać wykres szybkości narciarza ( $v$ ) w czasie ( $t$ ). Uzasadnij swoją odpowiedź.



13.10.2023

### Student task

(adapted from Barzel & Ruchniewicz, 2020, pp. 9, *SAFE Tool*. Papierversion. [https://www.uni-due.de/imperia/md/images/bif/safe\\_tool\\_papierversion.pdf](https://www.uni-due.de/imperia/md/images/bif/safe_tool_papierversion.pdf) [19.9.2022])



Narciarz ma już prędkość początkową w czasie 0 sekund, a następnie pozwala sobie na ślizganie się w dół wzgórza (bez celowego hamowania).

- Kiedy jedzie szybciej: w chwili 4 czy 8 sekundy?
- Opisz słowami, jak zmienia się jego prędkość w czasie.
- Drugi narciarz pokonuje tę samą odległość i ma większą prędkość początkową niż pierwszy narciarz. Porównaj te dwa przejazdy używając słów

**Activity:** Dokonaj oceny udzielonych przez uczniów odpowiedzi pod kątem użytych reprezentacji i aspektów

1

Bei 8 Sekunden weil er an dem Hügel kein Berg hoch muss.

W 8 sekundzie, ponieważ nie musi wjeżdżać na górę, gdy jest na szczycie

2

Der Skifahrer fährt erst schneller, weil er bergab fährt. Dann wird er langsamer, da es bergauf geht und dann wieder schneller weil es bergab geht.

Narciarz najpierw jest szybszy, gdy zjeżdża w dół. Potem staje się wolniejszy, gdy jedzie w górę, a następnie znów szybszy, gdy jedzie w dół.

3

Bei 0 Sekunden ist er noch schnell aber nach 4 Sekunden ist er langsam und bei 8 Sekunden wieder schnell.

W sekundzie 0 jest szybki, ale w sekundzie 4 jest powolny, a w sekundzie 8 znowu szybki.

4

ist genau so schnell wie bei der andern fährt.

Ma taką samą prędkość jak w drugim zjeździe.

Propozycje do dyskusji:

Ad. 1. Odnosi się wrażenie, że obrazowo i werbalnie przedstawione przyporządkowanie funkcyjne nie zostało zrozumiane, tzn. nie został zbudowany odpowiedni model sytuacyjny. W związku z tym nie może być sensownie aktywowany aspekt przyporządkowania, który odnosi się do tego, że poszczególnym punktom czasu przyporządkowane są konkretne prędkości. Zamiast tego dominuje nieadekwatny model sytuacyjny, zgodnie z którym wyższa prędkość jest rejestrowana, gdy nie trzeba już podjeżdżać pod górę.

Ad. 2. Na podstawie tego rozwiązania można stwierdzić, że relacja funkcyjna pomiędzy czasem i prędkością może być rozpoznana, zinterpretowana i opisana słownie w reprezentacji "obraz" i "tekst".

Ponadto opanowany jest aspekt funkcji jako dynamicznego procesu współzmienności.

Ad. 3. Na podstawie tego przykładu można stwierdzić, że przedstawiony związek funkcjonalny między czasem a prędkością nie został zrozumiany, a zatem nie można go sensownie zinterpretować i opisać słowami.

Tutaj pomocny byłby aspekt funkcji jako dynamicznego procesu współzmienności, gdzie zmiana prędkości jest rozpatrywana jako funkcja czasu. To, że funkcja jako dynamiczny proces współzmienności nie jest dostępna, poznaje się w szczególności po tym, że istnieje jedynie odniesienie do pojedynczych punktów czasu.

Ad. 4. Tutaj pojawia się również wrażenie, że obrazowe i słowne przedstawienie nie zostało w ogóle zrozumiane, a tym samym nie został zbudowany odpowiedni model sytuacyjny / zrozumienie dla sytuacji. W związku z tym podstawowy obiekt pojęciowy nie jest dostępny. Nie ma wglądu w to, jakie podobieństwa i różnice istnieją lub mogą być uwzględnione w obu podróżach.

## I. Rozwiąż poniższe zadania najlepiej, jak potrafisz 😊

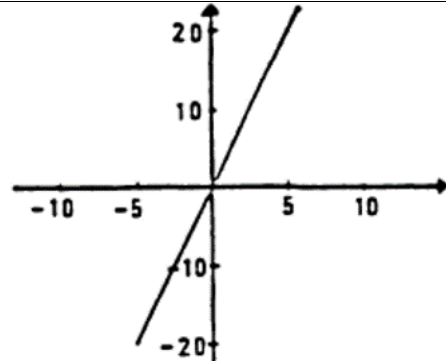
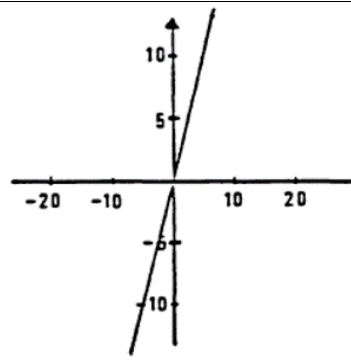
### Zadanie A

W pewnej restauracji porcja *nigiri* kosztuje 4,50 zł, a porcja *sashimi* kosztuje 9,00 zł. Hiroko wydała w sumie 45 zł na  $x$  porcji *nigiri* i  $y$  porcji *sashimi*.

- Znajdź funkcję opisującą zależność między liczbą porcji *nigiri* ( $x$ ) a liczbą porcji *sashimi* ( $y$ ), zakupionych przez Hiroko.
- Jeżeli Hiroko kupiła 4 porcje *nigiri*, ile kupiła porcji *sashimi*?
- Jeżeli Hiroko kupiła 1 porcję *sashimi*, ile kupiła porcji *nigiri*?
- Naszkiej wykres funkcji znalezionej w podpunkcie a. Zaznacz na wykresie dwa punkty, które przedstawiają twoje odpowiedzi na podpunkty b i c.

### Zadanie B

Poniżej przedstawiono cztery graficzne opisy funkcji liniowych w układzie o różnych jednostkach skali. Wybierz wzór funkcji przedstawionej na każdym wykresie. Uzasadnij swój wybór dla każdego przypadku.

	
<ol style="list-style-type: none"> <li><math>y = 12x</math></li> <li><math>y = 4x</math></li> <li><math>y = 2x</math></li> <li><math>y = 10x</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>y = 12x</math></li> <li><math>y = 4x</math></li> <li><math>y = 2x</math></li> <li><math>y = 10x</math></li> </ol>

This material is provided by the [FunThink Team](#).



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License ([CC BY-SA 4.0](#)). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

Uzasadnienie:

Uzasadnienie:

### Zadanie C

Rozstrzygnij, czy poniższe funkcje są liniowe. Uzasadnij swoją odpowiedź.

B.  $y = 14$

a. To jest funkcja liniowa.

b. To nie jest funkcja liniowa.

Uzasadnienie:

C.  $x = 14$

a. To jest funkcja liniowa.

b. To nie jest funkcja liniowa.

Uzasadnienie:

F.  $y = \frac{x^2}{x} + 1$

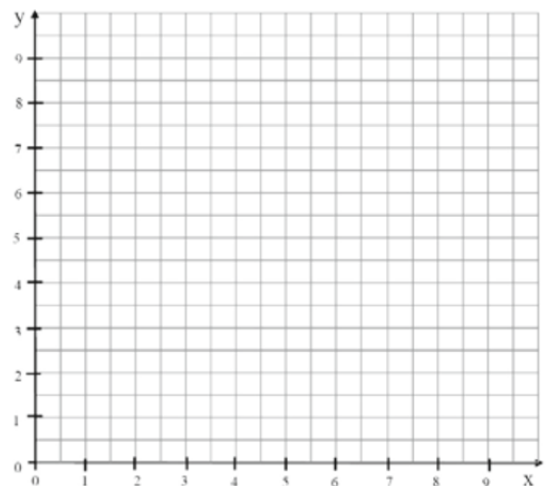
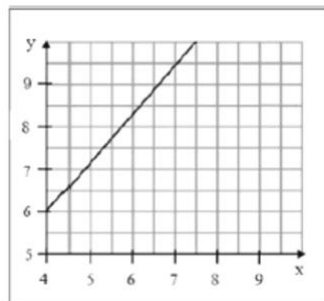
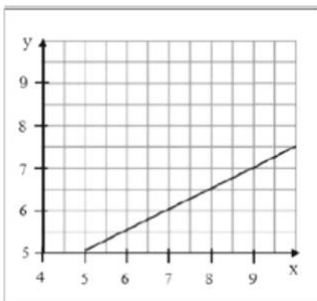
a. To jest funkcja liniowa.

b. To nie jest funkcja liniowa.

Uzasadnienie:

### Zadanie D

Każdy z tych dwóch wykresów przedstawia odcinek funkcji liniowej:



Dla jakiej wartości  $x$  te dwie funkcje mają taką samą wartość?

Proszę o rozwiązanie zadania z rysunkiem w układzie współrzędnych podanym obok.

### Zadanie E

Zdefiniuj następujące pojęcia. Jeśli uważasz, że to ważne - podaj więcej definicji.

A) Funkcja:

B) Funkcja liniowa:

### II. Odpowiedz na poniższe pytania tak dokładnie, jak tylko potrafisz

1.

a) Czym według Ciebie jest myślenie funkcyjne? Rozwiń swoją odpowiedź

b) Wymień pięć słów lub wyrażeń, które przychodzą Ci do głowy, gdy myślisz o myśleniu funkcyjnym?

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_

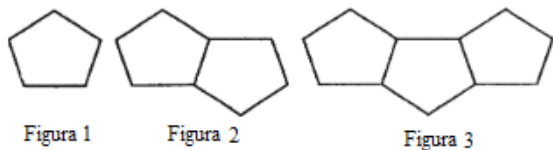
2. Od jakiego wieku, Twoim zdaniem, możliwe jest rozwijanie *myślenia funkcyjnego* u uczniów? Uzasadnij swoją odpowiedź

- 3.** Jakie tematy z programu nauczania matematyki (i w których klasach) są istotne dla rozwoju *myślenia funkcyjnego*?
- 4.** Co uważasz za cel nauczania o funkcjach? Rozwiń swoją odpowiedź
- 5.** Jak sprawdzisz, czy uczniowie osiągają cele, które sformułowałeś w poprzednim pytaniu?  
Zaprojektuj trzy zadania, które dobrze sprawdzają się w ocenie myślenia funkcjonalnego uczniów. Rozwiąż je, określ wiek (klasę), dla której są przeznaczone, i uzasadnij swój wybór.



6. Omów trudności, które mogą dotyczyć następujących zadań: (kontynuacja wzorca, wzór na podstawie tabelki)

Rysunek przedstawia pierwsze trzy figury tworzone według pewnej zasady. Figura 1 jest pięciokątem foremnym o boku długości 1:



**Możliwe trudności:**

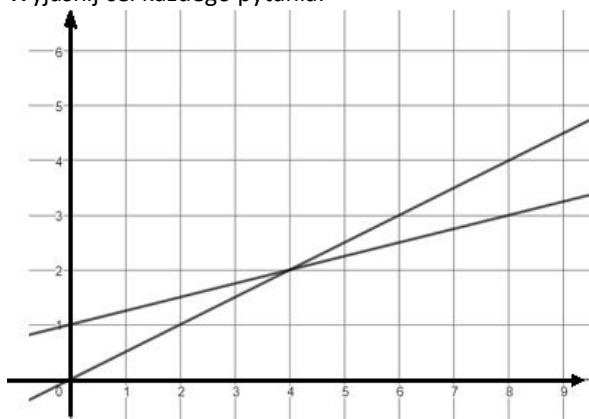
- A) Wyznacz obwód 4-tej figury.
- B) Wyznacz obwód dla setnej figury.
- C) Napisz przepis, który mógłby posłużyć do znalezienia obwodu dowolnej figury tworzonej wg tej zasady. Uzasadnij odpowiedź. Opisz, jak Twój przepis odnosi się do graficznego przedstawienia tych figur.

**Możliwe trudności:**

Na podstawie poniższej tabeli wyznacz wzór funkcji:

x	0	1	2	3
f(x)	3	5	7	9

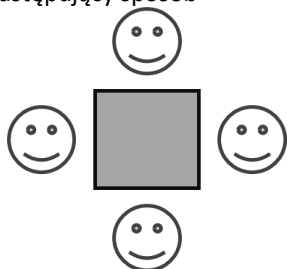
7. Przeanalizuj następujące wykresy. Zaproponuj trzy różne pytania oparte na wykresach, które można by zadać uczniom. Wyjaśnij cel każdego pytania.



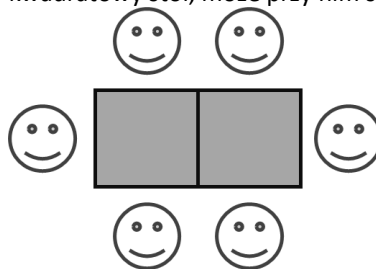
Pytanie:	Cel:

8. Bartek zaprasza swoich przyjaciół na przyjęcie urodzinowe. Chce się upewnić, że dla każdego znajdzie się miejsce. Ma kwadratowe stoły.

Przy jednym kwadratowym stole może posadzić 4 osoby w następujący sposób



Jeśli do pierwszego stołu dołączy jeszcze jeden kwadratowy stół, może przy nim siedzieć 6 osób:



- a) Jeśli Bartek ma 8 stołów, to ile osób może posadzić jako solenizant? A jak jest w przypadku 20 stołów? Wyjaśnij swoją odpowiedź.

- b) Zaproponuj trzy różne pytania oparte na schemacie z tego zadania, które można by zadać uczniom. Wyjaśnij cel każdego pytania

Pytanie:	Cel:

9. Uogólnianie wzorców (jak w pytaniu 6 i 8) i funkcje liniowe to dwa tematy obecne w programie nauczania matematyki. Jaki związek dydaktyczny dostrzegasz między nimi i w jaki sposób wspierasz ten związek u swoich uczniów? Proszę wyjaśnić.

**10.** Jakich trudności w nauce i błędnych przekonań można się spodziewać podczas rozwijania myślenia funkcyjnego? Użyj jak najwięcej przykładów, aby zilustrować swoją odpowiedź.

## 11. Zaprojektuj scenariusz lekcji wprowadzającej temat funkcji liniowej dla klasy I LO.

Twoim zadaniem jest przygotowanie lekcji. Pisząc przygotowanie, wyobraź sobie, że zgodnie z nim ktoś inny powinien uczyć i szybko zrozumieć, o co chodzi, albo że chcesz wrócić do tego przygotowania za kilka lat i nie chcesz poświęcać czasu na zastanawianie się, jak rozwiązane jest każde zadanie, dlaczego właściwie je tam umieściłeś itp.

Dlatego zamieszczaj rozwiązania zadań, komentarze do zadań, które wydają Ci się ważne z punktu widzenia nauczyciela itp. Możesz wstawić sfotografowane rozwiązania do przygotowania, albo je zeskanować. Zachowaj tylko taką strukturę strony głównej, jak pokazano w szablonie.

Opracuj najlepiej jak potrafisz. Korzystaj z tego, co jest dla Ciebie dostępne, ale pamiętaj, aby to zacytować. Proszę pracować samodzielnie i korzystać z załączonego szablonu.

Przedmiotem opracowania jest Definicja funkcji liniowej - poznanie nowego zagadnienia.

Proszę o nazwanie odesłanego dokumentu *Nazwisko\_funkcja liniowa* w plikach zespołu w odpowiedzi na Zadanie.

Pod koniec przygotowania (lub nawet w międzyczasie) można napisać notatki, jeśli nie jesteście Państwo czegoś pewni lub pojawiły się wątpliwości.

# Kwestionariusz informacji zwrotnej



Proszę ocenić następujące stwierdzenia w kontekście kursu dla nauczycieli.

(1 - Absolutnie się nie zgadzam - 5 – W pełni się zgadzam):

- |  | <b>1</b>              | <b>2</b>              | <b>3</b>              | <b>4</b>              | <b>5</b>              |
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. Na tym kursie dla nauczycieli dowiedziałem się ciekawych rzeczy o matematyce.       | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2. Na tym kursie dla nauczycieli dowiedziałem się ciekawych rzeczy na temat nauczania. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3. Zdobyta przeze mnie wiedza na tym kursie jest przydatna w nauczaniu matematyki.     | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4. Struktura tego kursu dla nauczycieli była odpowiednia i skuteczna.                  | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5. Treść tego kursu dla nauczycieli była odpowiednia i skuteczna.                      | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6. Sposób realizacji tego kursu dla nauczycieli był właściwy i skuteczny.              | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7. Wykorzystam materiały z projektu w swojej pracy dydaktycznej.                       | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8. Wykorzystam narzędzia cyfrowe projektu w swojej pracy dydaktycznej.                 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9. Interesujący jest materiał cyfrowy projektu.  | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 10. Materiał cyfrowy projektu ułatwia pojęciowe rozumienie pojęć matematycznych.       | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 11. Poleciłbym to seminarium mojemu koledze.   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

