



Plán vyučovacej hodiny Kurz pre učiteľov

Poznanie učiva funkcií	
Vyučovacie hodiny:	180 minút
Cieľová skupina:	budúci učitelia
Popis	
Ciele:	<ul style="list-style-type: none"> • Budúci učitelia vedia riešiť úlohy spojené s funkciami. • Rozumejú svojim vlastným vedomostiam týkajúcim sa funkcií a uvedomujú si možné nedostatky. • Poznajú rôzne typy úloh spojených s funkciami.
Štruktúra:	<ul style="list-style-type: none"> • 90 minút Riešenie jednotlivých úloh vrátane sebahodnotenia • 75 minút Diskusia o úlohách • 15 minút Sebareflexia

This material is provided by the [FunThink Team](#).



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under a Creative Commons License ([CC BY-SA 4.0](#)). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Úlohy

Riešenie úloh a diskusia (90 + 75 minút)

Študenti riešia úlohy samostatne, môžu ich vyriešiť aj v domácom prostredí. Okrem riešenia úloh vyplňajú aj sebahodnotiacu kartu, s ktorou budú pracovať pri nasledovnej diskusii. Cieľom sebahodnotenia je okrem iného vytvoriť priestor na kritický pohľad na svoje matematické poznanie.

Pri spoločnom stretnutí potom analyzujeme jednotlivé úlohy. Námety na diskusiu sú uvedené pod úlohami.

Úloha 1. Výtah

Hotel má niekoľko poschodí, prízemie s číslom nula a pod prízemím je niekoľko parkovacích poschodí. Nasledujúca tabuľka zobrazuje, na ktoré poschodie sa dostanete po niekoľkých sekundách. Vy ste sa ubytovali na 14. poschodí a chystáte sa výtahom zísť dole na parkovisko k svojmu autu.

Počet sekúnd	Počet poschodí
0	14
2	10
4	6
6	2
7	?

A. Na ktorom poschodí bude výtah po siedmich sekundách? Vysvetlite svoju odpoveď.

B. Akou rýchlosťou klesá výtah? Vysvetlite svoju odpoveď.

Správne riešenie:

Počet sekúnd	Počet poschodí
0	14
2	10
4	6
6	2
7	?

(a) Na ktorom poschodí bude výtah po siedmich sekundách? Vysvetlite svoju odpoveď.

na prízemí prejde každé 2 sekundy klesne o 4 poschodia, o 1 s klesne o 2 poschodia

a)

(a) Na ktorom poschodí bude výtah po siedmich sekundách? Vysvetlite svoju odpoveď.

*za 2 sekundy prejde 4 poschodia ... za 1 sekundu 2 poschodia;
teda za 7 sekundy ... $7 \cdot 2 = 14$
za 7 sekundy prejde výtah 14 poschodí
teda bude na prízemí*

b)

(b) Akou rýchlosťou klesá výtah? Vysvetlite svoju odpoveď.

*Výtah klesá rýchlosťou 4 poschodia na sekundu
rýchlosť vyjadrujeme ako $v = \frac{s}{t} = \frac{\text{diaľka (poschodia)}}{\text{čas}}$
z tabuľky jasne vyplýva, že výtah klesne za 2 sekundy o
4 poschodia, teda ak ho máme rýchlosť 4 poschodia / 2 sek =
= 2 poschodia na sekundu.*

Možné problémy:

$$s = vt$$

poítame rýchlos pre 10. poschodie:

naše s = koko poschodí

naše v = neznáma

naše t = 2 sekundy (výah sa po 2s dostane na 10 poschodie)

$$\begin{array}{l} \text{doplníme do vzorca: } 4 = v \cdot 2 \\ 2 = v \\ 2 \text{ m/s} = v \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} 1 = v \cdot 0,5 \\ 2 \text{ m/s} = v \end{array}$$

riešenie: výah sa pohybuje rýchlosou 2 m/s.

- chybné uvažovanie o jednotkách

Úloha 2. Šesťuholníky

Prvý útvar (1 šesťuholník) má obvod 6.

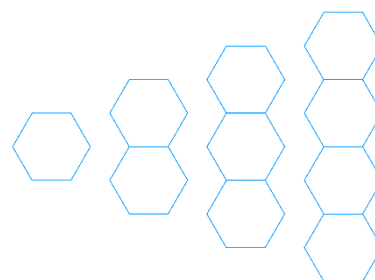
Tretí útvar (3 šesťuholníky nad sebou) má obvod 14.

Druhý útvar (2 šesťuholníky nad sebou) má obvod

_____.

Piaty útvar (5 šesťuholníkov nad sebou) má obvod

_____.



Opíšte, ako by ste určili obvod útvaru, zloženého zo 100 šesťuholníkov nad sebou, bez toho, aby ste poznali obvod útvaru zloženého z 99 šesťuholníkov nad sebou.

Napište vzorec na výpočet obvodu pre ľubovoľný počet šesťuholníkov v reťazci nad sebou.

Vysvetlite prečo by mal byť váš vzorec správny.

Rôzne vzorce – prediskutovať so študentmi ako vznikli jednotlivé vzorce

- $o = 6 + (6 - 2)(n - 1)$
- $o = 6n - 2(n - 1)$
- $o = 5.2 + 4n$

Očakávané problémy pri riešení:

- (b) Napište vzorec na výpočet obvodu pre ľubovoľný počet šesťuholníkov v reťazci nad sebou.

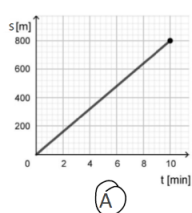
O = obvod útvaru v reazci
 n = počet 6-uhoníkov v reazci
 o = obvod jedného šesuholníka
 s = počet spoloných strán šesuholníkov v reazci

$$O = (n \cdot o) - 2s$$

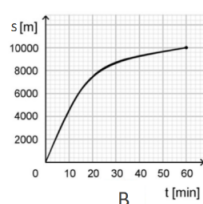
- (c) Vysvetlite prečo by mal byť váš vzorec správny.

Poda ma je môj vzorec jednoducho pochopitený a jasný.

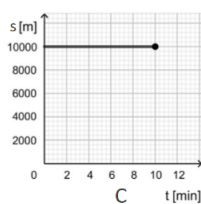
Možné problémy:



A



B



C

Žiadna z možností
nie je správna.

D

Svoj výber vysvetlite:

C to nemôže byť pretože by od 0 minúto mal prejsť 10 km
môže to byť B al. A
B - vyjadruje že na začiatku bežal rýchlo a potom spomalil
A - vyjadruje že bežal konšt. rých. 4.

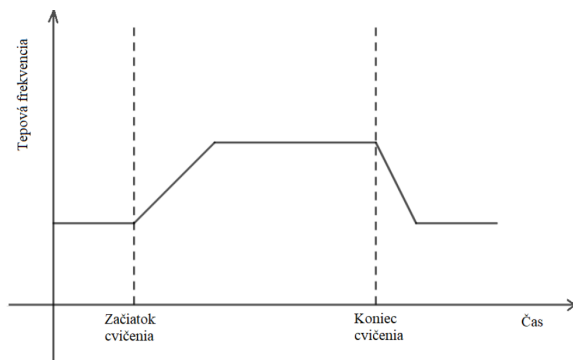
- Problém s nutnosťou lineárneho pohybu – neriešenie hodnôt na osiach

Úloha 4. Bez tréningu

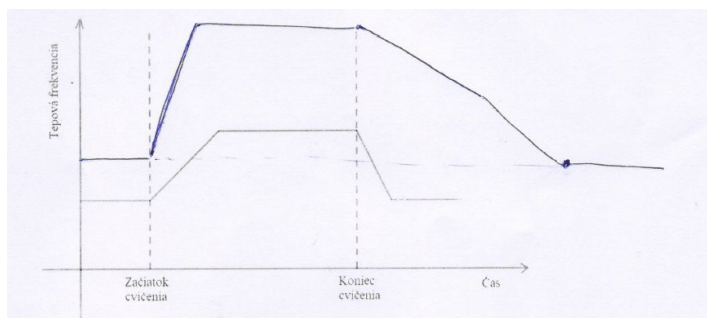
V učebnici sa uvádza: "Medzi priebehom srdcovej frekvencie pravidelne cvičiacej – trénovanej a netrénovanej osoby je niekoľko rozdielov:

- trénovaná osoba má nižšiu pokojovú srdcovú frekvenciu pred začiatkom cvičenia,
- jej srdcová frekvencia rastie pri cvičení pomalšie a dosahuje nižšie hodnoty,
- jej srdcová frekvencia klesá po skončení cvičenia rýchlejšie a v kratšom čase sa vracia na pokojovú hodnotu."

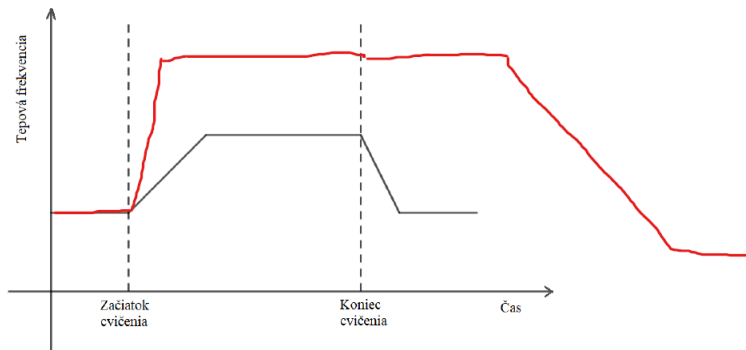
Na obrázku je graf srdcovej frekvencie trénovanej osoby. Do toho istého obrázku načrtnite, ako by vyzeral pri rovnakom cvičení graf srdcovej frekvencie netrénovanej osoby, spĺňajúci všetky uvedené rozdiely.



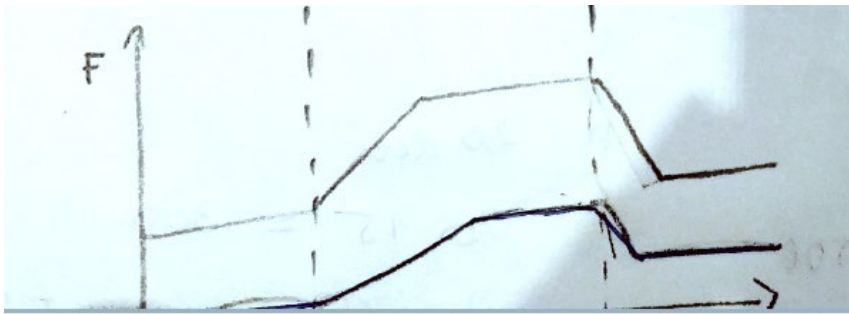
Správne riešenie



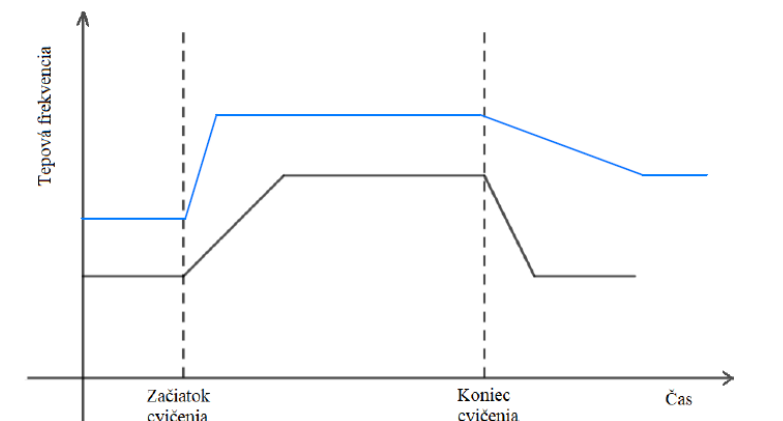
Chybné uvažovanie – okrem diskusie o nasledovných riešeniach môžeme zadať úlohu: ako by muselo znieť zadanie, aby tieto grafy boli správne?



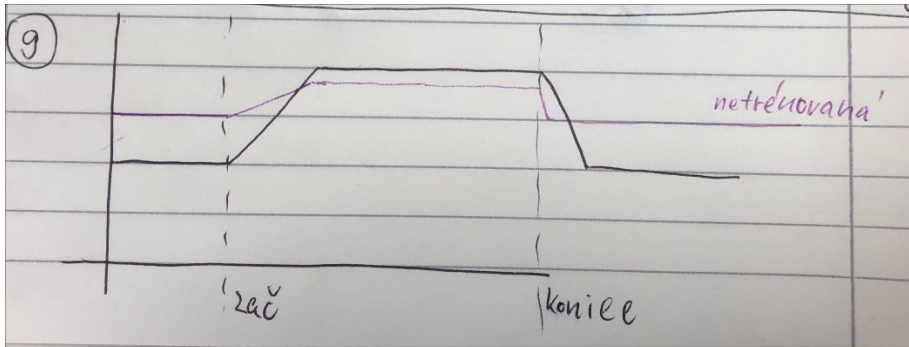
- netrénovaná osoba by s každým ďalším cvičením mala nižšiu pokojovú tepovú frekvenciu



- nerešpektuje rýchlejší nábeh a pomalšie klesanie



- netrénovaná osoba by s každým ďalším cvičením mala vyššiu pokojovú tepovú frekvenciu



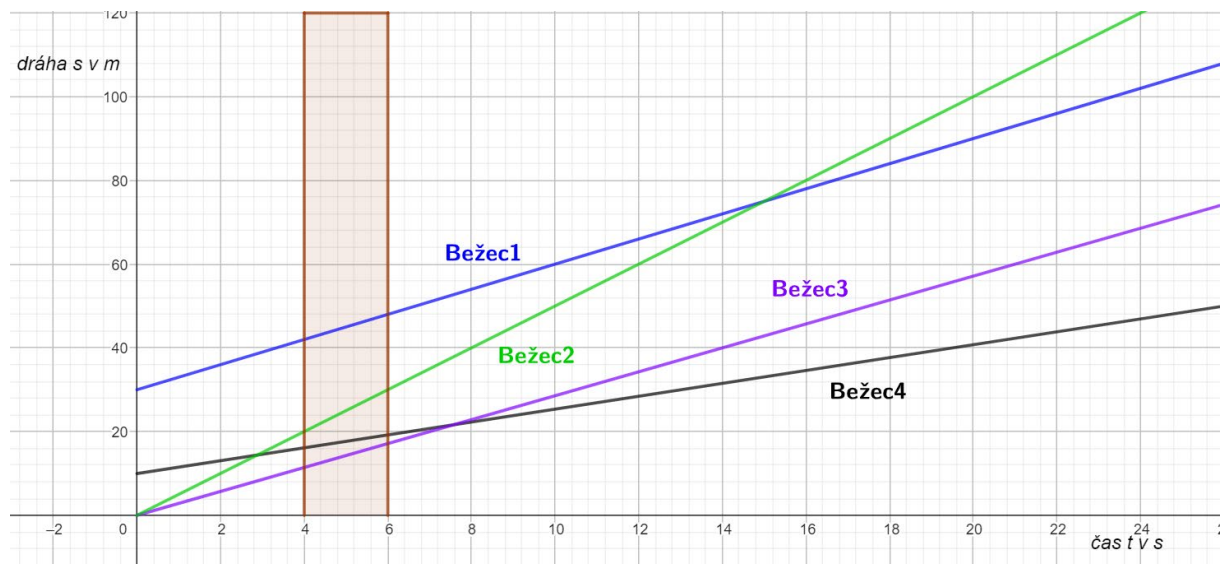
- problém so smernicou

Úloha 5. Bežci

Z nasledujúceho obrázku zistíte tieto informácie:

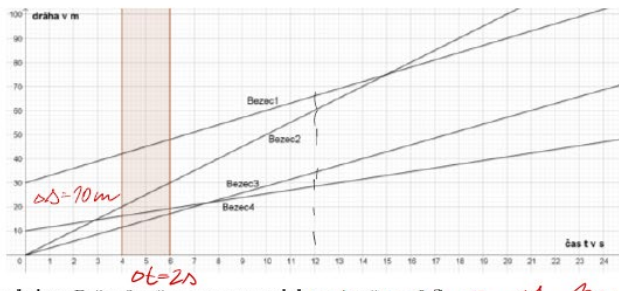
- Koľko metrov zabehne **Bežec 2** v časovom rozmedzí $t = 4\text{s}$ až $t = 6\text{s}$?
- Kedy je **Bežec 1** rýchlejší ako **Bežec 2**?
- Ktorý bežec je v čase $t = 12\text{s}$ najrýchlejší?

Zdôvodnite svoje odpovede.



Správne riešenie:

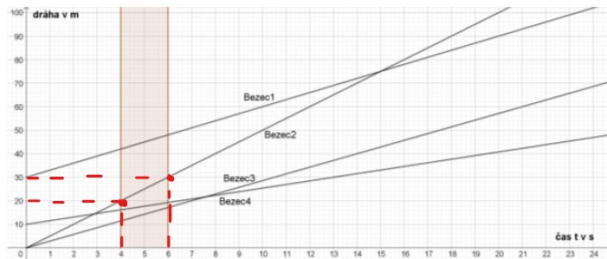
Z nasledujúceho obrázku zistite



- (a) Koľko metrov zabehne Bežec 2 v časovom rozmedzí $t = 4$ s až $t = 6$ s? $v_2 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{70 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 35 \text{ m/s}$
 (b) Kedy je Bežec 1 rýchlejší ako Bežec 2? nikdy (graf B1 je vždy menej strmý ako B2 → vždy je pomalší)
 (c) Ktorý bežec je v čase $t = 12$ s najrýchlejší?
 bežec 2 → najstrmší graf

Chybné uvažovanie – ako by sa mal zmeniť graf, aby bola pravda, že bežec 1 bol najrýchlejší od 1. do 15. sekundy? Aká by bola potom interpretácia? Upozorniť na nekonzistentnosť medzi odpoveďou na a) a na b).

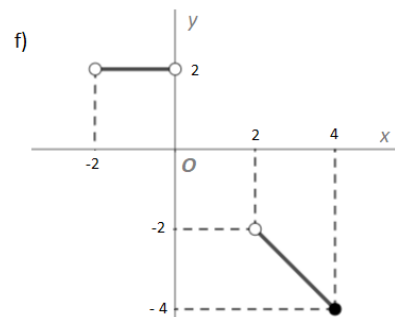
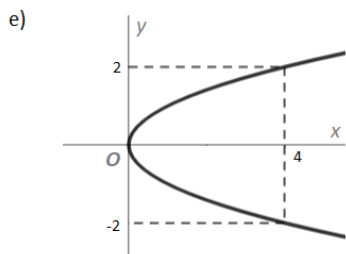
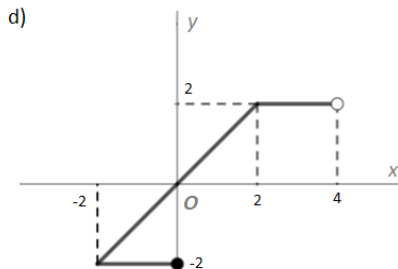
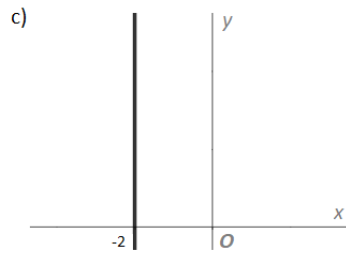
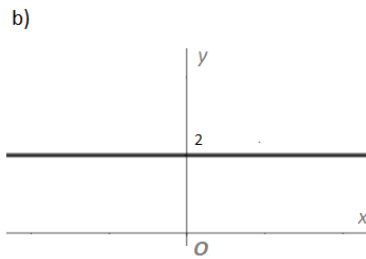
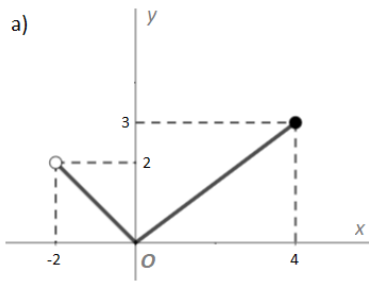
Z nasledujúceho obrázku zistite



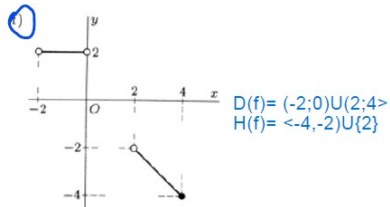
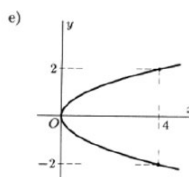
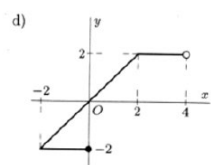
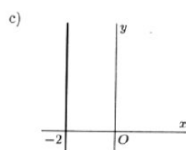
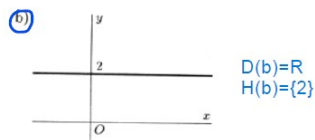
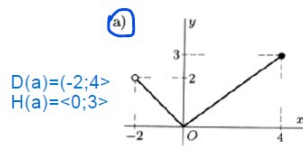
- (a) Koľko metrov zabehne Bežec 2 v časovom rozmedzí $t = 4$ s až $t = 6$ s? 10 metrov
 (b) Kedy je Bežec 1 rýchlejší ako Bežec 2? od začiatku, bežec 2 ho dobehne 15 sekunde
 (c) Ktorý bežec je v čase $t = 12$ s najrýchlejší? bežec 1

Úloha 6. Graf funkcie

Rozhodnite, ktoré z grafov znázornených na nasledujúcich obrázkoch. Sú grafom funkcie. Ak je to možné, určte definičný obor a obor hodnôt.



Správne riešenie:



Úloha 7. Predpis z tabuľky

Pokračujte vo vypĺňaní tabuľky a nájdite predpis funkcie:

x	1	2	100
$f(x)$	5	8	

Chybné uvažovanie – Načrtnúť súradnicovú sústavu a do nej body [1,5] a [2,8] – aký graf funkcie môže prechádzať cez tieto body?

7.

Pokračujte vo vyplňaní tabuľky a nájdite analytický predpis funkcie.

x	1	2	100
$f(x)$	5	8	302

z grafu funkcie vidíme, že ide o lineárnu funkciu, kt. predpis je $y = ax + b$, do tohto vzorca dosadíme čísla z tabuľky:

$$\begin{aligned} 5 &= a \cdot 1 + b & 8 &= 2a + b \\ 5 &= a + b & 8 - 2a &= b \\ 5 - a &= b & & \\ 5 - a &= 8 - 2a & 5 &= 1 \cdot 3 + b \\ a &= 3 & 2 &= b \\ & & y &= 3x + 2 \end{aligned}$$

Správne riešenie:

7) úloha sa so sebou riešenie - sa vieme najíť so neke funkcií ktoré nekechodujú zadavými bodmi a sú rozdielne vo veľkosti úvahy.

Ke bodne uvedomá, že to je lineárna funkcia:

Príklad

x	1	2	3	4	5	6	7	100
$f(x)$	5	8	11	14				

$\Rightarrow f(x) = 3x + 2$

x	1	2	3	4	5	6	7	100
$f(x)$	5	8	11	14	17	20	23	302

8.

Pokračujte vo vyplňaní tabuľky a nájdite analytický predpis funkcie.

x	1	2	3	4	5	6	7	100
$f(x)$	5	8	11	14	17	20	23	302

$$\begin{aligned} f(x) &= 5 + 3(x-1) \\ f(100) &= 5 + 3 \cdot 99 = 5 + 297 = 302 \end{aligned}$$

8.

Úloha 8. Slovný opis funkcie

Rozhodnite, či sú nižšie opísané vzťahy funkciami. Zakrúžkujte svoju odpoveď a zdôvodnite svoje rozhodnutie:

A. Závislosť ceny vstupného do zábavného parku od veku tak, ako je uvedená v tabuľke:

Vek (roky)	Cena (€)
0 - 2	0
3 - 15	15
16+	25

Áno / Nie, Zdôvodnenie:

B. Obsah trojuholníka ABC , ktorý je priradený dĺžke jeho strany AB .

Áno / Nie, Zdôvodnenie:

C. Priradenie počtu viet na strane v učebnici matematiky číslu tejto strany.

Áno / Nie, Zdôvodnenie:

D. Žiakom vo vašej triede sú priradené mená ich súrodencov.

Áno / Nie, Zdôvodnenie:

A. nakresliť graf

i. V tabuľke je uvedená cena vstupu do zábavného parku v závislosti od veku.

Zdôvodnenie: ÁNO / NIE

Vek	Cena
0 - 2 roky	0 USD
3 - 15 rokov	20 USD
16+ rokov	30 USD

Sme OK s týmto riešením?

i. V tabuľke je uvedená cena vstupu do zábavného parku v závislosti od veku.

ÁNO / NIE

Zdôvodnenie: je to priama úmernosť
rastúca funkcia

Vek	Cena
0 - 2 roky	0 USD
3 - 15 rokov	20 USD
16+ rokov	30 USD

b) ako by sa muselo zmeniť zadanie, aby išlo o funkciu? Ak do zadania pridáme slovo „rovnostranný“ – ako bude vyzerat' predpis?

ii. Plocha rovnostranného trojuholníka je priradená k dĺžke jeho strany.

ÁNO / NIE

Zdôvodnenie:

$$S(a) = a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ii. Plocha rovnostranného trojuholníka je priradená k dĺžke jeho strany.

ÁNO / NIE

Zdôvodnenie:

dĺžka strany	1	2	3	...
plachaj	$\frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2}$	$\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2}$	$\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2}$...

c) O akej vlastnosti hovorí študent v nesprávnom riešení?

ÁNO / NIE

Zdôvodnenie:

Každá strana má práve jeden počet viet (nemôže byť na jednej strane aj 5 aj 6 viet)

ÁNO / NIE

Zdôvodnenie:

môže byť viac strán s rovnakým počtom viet a preto by neplatilo, že každému x je priradené práve 1 y .

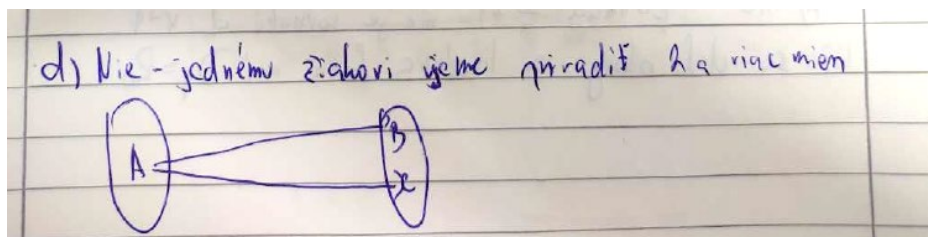
d) Aká je definícia funkcie? Musí ísť o priradenie medzi číselnými množinami?

iv. Žiaci vo vašej triede sú priradené mená jeho súrodencov.

ÁNO / NIE

Zdôvodnenie:

1.) nemáme len číselné hodnoty
2.) Jednému menu /osobe priradíme aj viac rovnakých hodnôt.



iv. Žiaci vo vašej triede sú priradené mená jeho súrodencov.

ÁNO / NIE

Zdôvodnenie:

Ak sú priradené ako množica $\{a, b, c\}$ teda jeden prvok k ÁNO
ak nie... tak nie je to funkcia

iv. Žiaci vo vašej triede sú priradené mená jeho súrodencov.

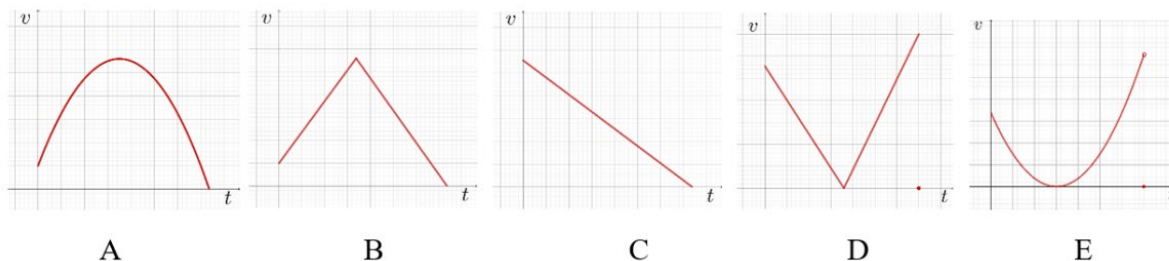
ÁNO / NIE

Zdôvodnenie:

v triede môžu byť dvaja súrodenci ktorí majú ďalšieho spoločného súrodenca

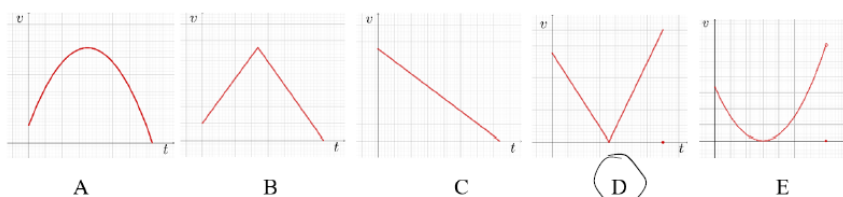
Úloha 9. Kameň

Kolmo hore bol hodený kameň. Vyberte jeden z grafov, ktorý ilustruje korešpondenciu rýchlosti a času (so zanedbaním odporu vzduchu). Svoj výber zdôvodnite.



Úloha: Nakresliť graf závislosti vzdialenosti od zeme od času pre jednotlivé grafy. Následne diskusia o derivácii.

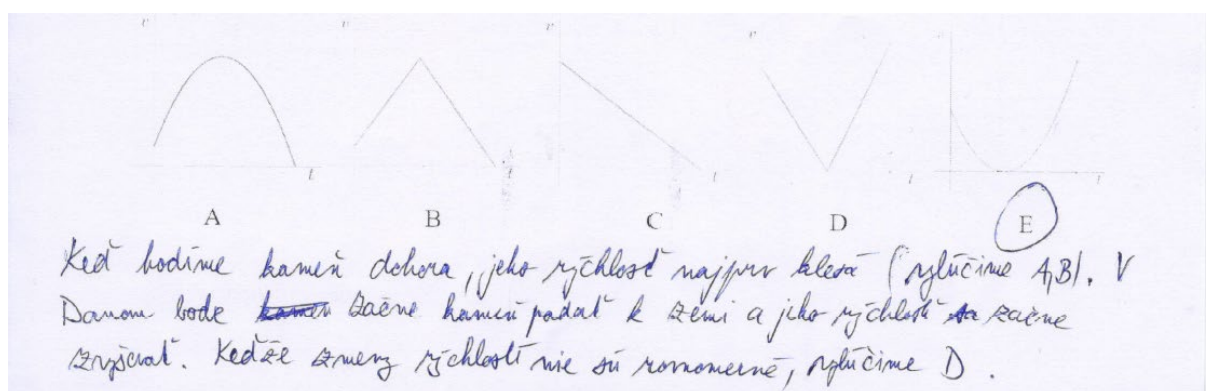
Správne riešenie:



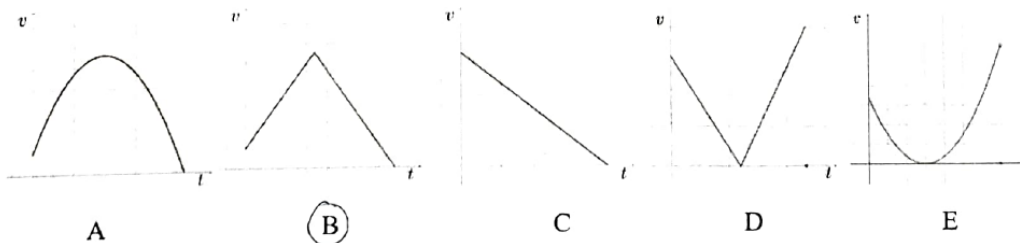
kameň vyhodíme rýchlosťou v_0 , ako šípka, rýchlosť mu klesá, v najvyššom bode zastane a padá naprieč dole so symetricky rastúcou rýchlosťou
 $v = v_0 - gt \rightarrow \text{lin. f. in}$

9.) **D** - po vyhodeni kamena hore rýchlosť kamena klesá a v nejakom okamihu zastane a potom začne padat dole a vplyvom gravitácie začne zrýchľovať.

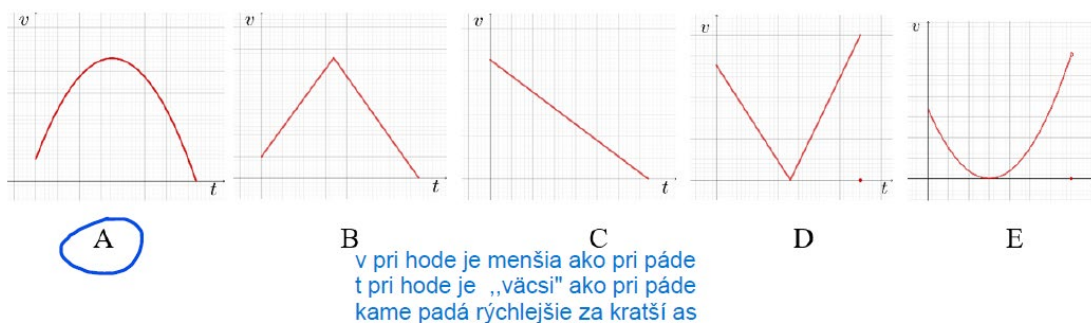
Chybné uvažovanie:



- rýchlosť sa mení lineárne, kvadraticky sa mení dráha – z diskusie o rozdieloch medzi D a E môže vyústiť do diskusie o derivácii. Môžeme navyše zadať úlohu načrtnúť grafy pre závislosť rýchlosti resp. dráhy od času pre rovnomerný pohyb.



kameň ide hore a ďalej odomŕa, potom začne šikmo klesať



- miskoncepcia “graf ako obrázok” – upozorniť na závažnosť tejto chyby

Úloha 10. Ihrisko

Helenka chce zorganizovať narodeninovú oslavu v detskej herni. Rozhoduje sa medzi týmito ponukami:

Ihrisko A: Cena za každého hosťa je 15 €. Žiadne ďalšie poplatky sa neplatia.

Ihrisko B: Cena za každého hosťa je 12 €. Navyše sa platia fixné náklady vo výške 50 €.

Ihrisko C: Cena za každého hosťa je 18 €. Z konečnej ceny bude poskytnutá zľava 30 €.

Ktorá ponuka je pre ňu najvýhodnejšia?

Diskusia: Správne riešenie vs. Neúplné riešenie – na čo sú dobré funkcie? Krátka diskusia o modelovaní, o riešení rovníc s parametrom

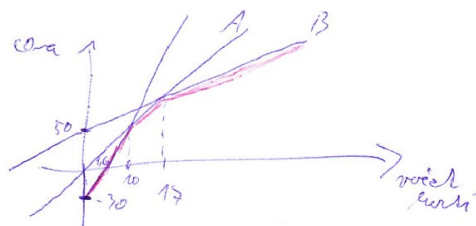
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
f(x)	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270
g(x)	62	74	86	98	110	122	134	146	158	170	182	194	206	218	230	242	254	266
h(x)	-12	6	24	42	60	78	96	114	132	150	168	186	204	222	240	258	276	294

Do 10 ľudí je najlepšie objednať ihrisko C
od 11 do 16 ľudí je najlepšie objednať A
Od 17 vyššie je najlepšie objednať B

$$A(x) = 15x$$

$$B(x) = 12x + 50$$

$$C(x) = 18x - 30$$



Ideálne miesto = $\begin{cases} C; & \text{pre } 0 - 10 \text{ ľudí} \\ A; & \text{pre } 10 - 15 \text{ ľudí} \\ B; & \text{pre } 15 \text{ a viac ľudí.} \end{cases}$

Neúplné riešenia

• Inzisko C: Cena za každého hosťa je 18 € a konštantný poplatok 30 €.

Ktorá ponuka je pre ňu najvýhodnejšia? *Káviťe to od počtu ľudí.*

napr. ak je ľudí 20, potom:

A: $15 \cdot 20 = 300$
 B: $12 \cdot 20 + 50 = 290 \Rightarrow$ najvýhodnejšie
 C: $18 \cdot 20 - 30 = 330$

ak je ľudí 16:

A: $15 \cdot 16 = 240 \Rightarrow$ najvýhodnejšie
 B: $12 \cdot 16 + 50 = 242$
 C: $18 \cdot 16 - 30 = 258$

11.

Ktorá ponuka je pre ňu najvýhodnejšia? *Nevieme to jednoznačne určiť, závisí to od počtu ľudí.*

Ktorá ponuka je pre ňu najvýhodnejšia? **a: $y=15x$, b: $y=12x+50$, c: $y=18x-30$**

závisí od počtu hostí

Úloha 11. Populácia

V tabuľke je populácia Nevady v rokoch 2000 až 2006.

Rok	Populácia (milióny)	Nárast populácie (milióny)
2000	2,020	
2001	2,093	0,073
2002	2,168	0,075
2003	2,246	0,078
2004	2,327	0,081
2005	2,411	0,084
2006	2,498	0,087

A. Vydeľte populáciu v každom roku populáciou v predchádzajúcom roku. Čo pozorujete?

B. Zapište, ako závisí veľkosť populácie od počtu rokov, ktoré uplynuli od roku 2000.

V prípade, že sa vyskytne veľa lineárnych funkcií je potrebné nechať modelovať v tabuľke.

Správne riešenie:

- podiel dvoch za sebou idúcich členov je cca 1,035 – to spĺňa definíciu geometrickej postupnosti, resp. vidieť, že pôjde o exponenciálnu funkciu
- $p(x) = 2,02 \cdot 1,035^x$, kde x je počet rokov, ktoré uplynuli od roku 2000

Chybné uvažovanie:

13.

V tabuľke je populácia Nevady v rokoch 2000 až 2006

Rok	Populácia (v miliónoch)	Zmena v populácii (v miliónoch)
2000	2.020	0.073
2001	2.093	0.075
2002	2.168	0.078
2003	2.246	0.081
2004	2.327	0.084
2005	2.411	0.087
2006	2.498	

200n
 $200(n-1)$
 1,036
 1,036
 1,036
 1,036
 1,036
 1,036

každý rok sa populácia zvyšuje 1,036 násobne

- (a) Vydeľte populáciu v každom roku populáciou v predchádzajúcom roku. Čo pozorujete?
 (b) Zapište ako závisí veľkosť populácie od počtu rokov, ktoré uplynuli do roku 2000.

$P(x) = 2,02 + 1,036 \cdot x$
 $x \rightarrow$ počet rokov po 2000 (napr. $x(2007) = 7$)

V tabuľke je populácia Nevady v rokoch 2000 až 2006

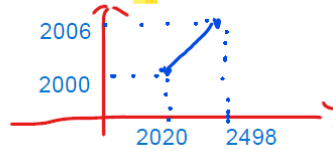
Rok	Populácia (v miliónoch)	Zmena v populácii (v miliónoch)
2000	2.020	0.073
2001	2.093	0.075
2002	2.168	0.078
2003	2.246	0.081
2004	2.327	0.084
2005	2.411	0.087
2006	2.498	

1,0361
 1,0358
 1,0359
 1,0361
 1,0361
 1,0361

Nárast populácie v percentách, hodnoty sú približne rovnaké

- (a) Vydeľte populáciu v každom roku populáciou v predchádzajúcom roku. Čo pozorujete?
 (b) Zapište ako závisí veľkosť populácie od počtu rokov, ktoré uplynuli do roku 2000.

$a_n = a_{n-1} \cdot 1,036$



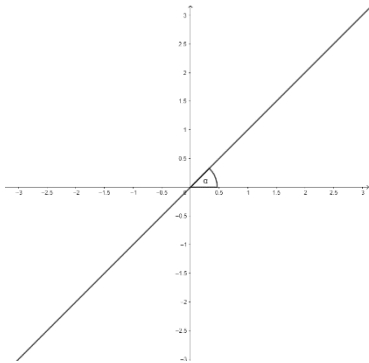
(a) Vydeľte populáciu v každom roku populáciou v predchádzajúcom roku. Čo pozorujete?
 (b) Zapište ako závisí veľkosť populácie od počtu rokov, ktoré uplynuli do roku 2000.

hodnoty sú rovnaké

a) $\frac{2006}{2005} \approx 1,036$ $\frac{2003}{2002} \approx 1,036$ $\frac{2,327}{2,246} \approx 1,036$
 $\frac{2005}{2004} \approx 1,036$ $\frac{2002}{2001} \approx 1,036$ $\frac{2,168}{2,093} \approx 1,036$
 $\frac{2004}{2003} \approx 1,036$ $\frac{2001}{2000} \approx 1,036$ $\frac{2,1093}{2,020} \approx 1,036$

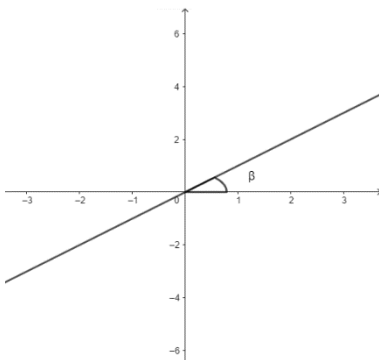
Úloha 12. Smernica

A. Graf na obrázku predstavuje funkciu f takú, že $f: x \rightarrow x$.



- I. Aká je smernica funkcie f ? Ako ste ju určili?
- II. Rozdelí graf funkcie f na polovicu uhol, ktorý zvierá kladná časť súradnicovej osi x s kladnou časťou súradnicovej osi y ? Áno / Nie
Zdôvodnenie:
- III. Viete vypočítať tangens uhla, ktorý zvierá graf funkcie f s kladnou časťou súradnicovej osi x ? Ak áno, určte jeho hodnotu. Ak nie – kvôli čomu?

B. Študent použil softvér na nakreslenie tej istej funkcie f . Ten mu ponúkol nasledovný graf:



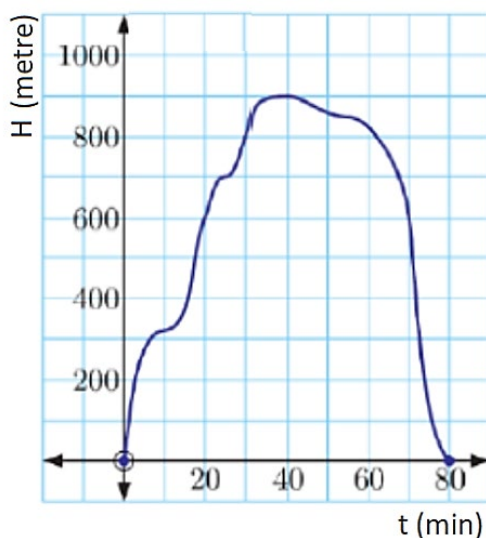
- I. Aká je smernica funkcie f ? Ako ste ju určili?
- II. Rozdelí graf funkcie f na polovicu uhol, ktorý zvierá kladná časť súradnicovej osi x s kladnou časťou súradnicovej osi y ? Áno / Nie
Zdôvodnenie:
- III. Viete vypočítať tangens uhla, ktorý zvierá graf funkcie f s kladnou časťou súradnicovej osi x ? Ak áno, určte jeho hodnotu. Ak nie – kvôli čomu?

Popíšte svoje úvahy, reakcie, dilemy, akékoľvek myšlienky týkajúce sa týchto otázok:

Diskusia o smernici a jej vizuálnej reprezentácii, o zmene mierky.

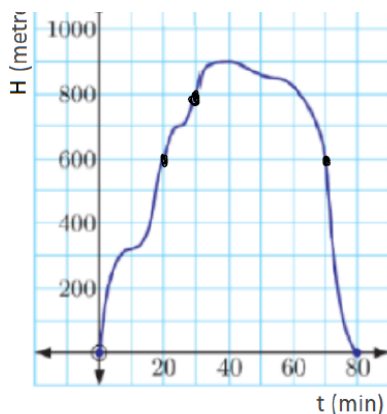
Úloha 13. Balón

Pri jazde teplovzdušným balónom udáva funkcia H výšku balóna po t minútach letu. Jej graf je znázornený nižšie:



- Určte hodnotu $H(30)$ a svoju odpoveď vysvetlite v kontexte letu teplovzdušným balónom.
- Nájdite také hodnoty t , aby $H(t) = 600$. Vysvetlite svoju odpoveď v kontexte letu teplovzdušným balónom.
- Aký rozsah výšok bol zaznamenaný pre balón?
- Ako dlho trvala jazda balónom?
- Dokážete z grafu funkcie H odčítať vzdialenosť, ktorú balón prekonal?
Áno / Nie
Zdôvodnenie:

Správne riešenie:

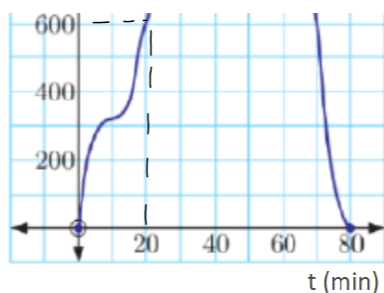


$H(30) = 800$
↑ teplovzdušný balón dosiahol za 30 min výšku 800m.
} v týchto časoch dosahuje výšku 600m

- Určte hodnotu $H(30)$ a svoju odpoveď vysvetlite v kontexte letu teplovzdušným balónom.
- Nájdite také hodnoty t , aby $H(t) = 600$. Vysvetlite svoju odpoveď v kontexte letu teplovzdušným balónom.
- Aký rozsah výšok bol zaznamenaný pre balón? $\rightarrow 0 - 900m$
- Ako dlho trvala jazda balónom? $\rightarrow 80min$
- Dokážete z grafu funkcie H odčítať vzdialenosť, ktorú balón prekonal? Zakrúžkujte ÁNO alebo NIE a zdôvodnite svoju odpoveď.

Zdôvodnenie: Na základe údajov ktoré máme NIE

Chybné uvažovanie: Úloha pre študentov – okomentovať toto riešenie.



- (a) Určte hodnotu $H(30)$ a svoju odpoveď vysvetlite v kontexte letu teplovzdušným balónom. *700*
za 30 min sa balón dostal do výšky 700 m
- (b) Nájdite také hodnoty t , aby $H(t) = 600$. Vysvetlite svoju odpoveď v kontexte letu teplovzdušným balónom. *20*
- (c) Aký rozsah výšok bol zaznamenaný pre balón? *0-900*
za 20 min mal nadmorskú výšku 600 m
- (d) Ako dlho trvala jazda balónom? *80 min*
- (e) Dokážete z grafu funkcie H odčítať vzdialenosť, ktorú balón prekonal? Zakrúžkujte ÁNO alebo NIE a zdôvodnite svoju odpoveď.

ÁNO NIE

Zdôvodnenie:

minim alebo ale dli sa

Úloha 14. Vlastnosti funkcie

- A. Existuje funkcia, ktorej definičný obor je $(0,5)$ a obor hodnôt je $\langle 2,5 \rangle$? Ak áno, nakreslite jej graf, zapíšte jej predpis alebo ju popíšte inak.
- B. Existuje funkcia, ktorej definičný obor je množina čísel $\{1,2,3\}$ a obor hodnôt je množina $\{1,2\}$? Ak áno, tak nakreslite jej graf, zapíšte jej predpis alebo ju popíšte inak.
- C. Existuje funkcia, ktorej definičný obor je množina čísel $\{1,2\}$ a obor hodnôt je množina $\{1,2,3\}$? Ak áno, tak nakreslite jej graf, zapíšte jej predpis alebo ju popíšte inak.
- D. Existuje funkcia, ktorá pre akékoľvek reálne čísla x, y spĺňa nasledujúce požiadavky? Ak áno, nakreslite jej graf alebo ju popíšte nejakou inak.

$$f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$$

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

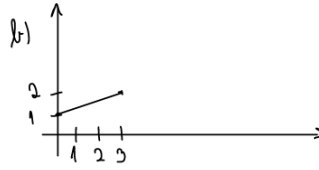
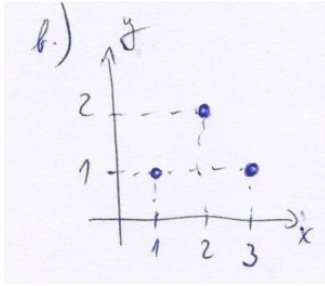
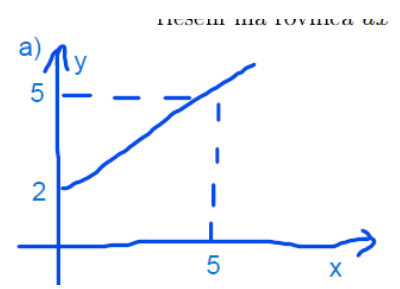
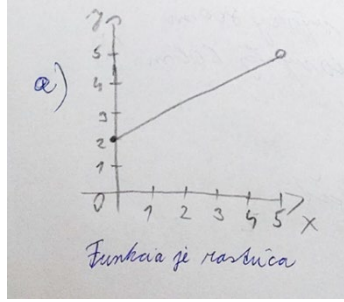
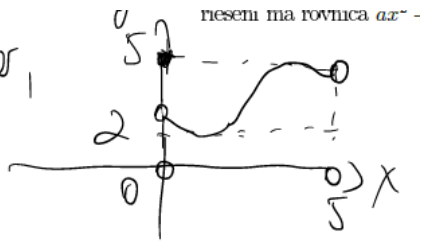
$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$$

- E. Ak vo výraze $ax^2 + bx + c$ dosadíme za x 1, dostaneme kladné číslo. Dosadením 6 získame záporné číslo. Koľko riešení má rovnica $ax^2 + bx + c = 0$? Svoju odpoveď zdôvodnite.

V diskusii môžeme posúdiť správnosť nasledovných riešení:

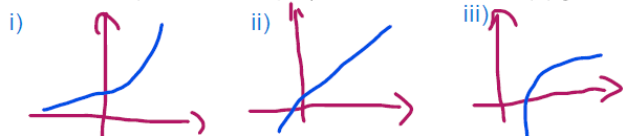
A.

a) a) $a \neq 0$



(c) Existuje funkcia, ktorá pre akékoľvek reálne čísla x, y spĺňa nasledujúce požiadavky? (Ak áno, tak nakreslite jej graf, zapíšte jej predpis alebo ju popíšte inak.)

- i. $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ $y = e^x$
- ii. $f(x+y) = f(x) + f(y)$ $y = x$
- iii. $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$? $y = \log x$



i) $e^{x+y} = e^x \cdot e^y \Rightarrow f(x) = e^x$
 ii) $f(x) = 2x$
 $2(x+y) = 2x + 2y$
 i) $f(x) = \ln x$
 $\ln(x \cdot y) = \ln x + \ln y$

i) a) konštantná funkcia $f(x) = k_0$ $k_0 \in \{1; 0\}$

ii) konštantná nulová funkcia $f(x) = 0, x \in \mathbb{R}$

iii) analógia s i)

Sebareflexia (15 minút)

V tejto časti majú študenti priestor vrátiť sa k ich sebahodnotiacemu hádku. Je dôležité, aby mohli verbalizovať, čo ich prekvapilo. Takáto forma spätnej väzby im môže pomôcť prebrať zodpovednosť za svoje vlastné učenie. Spoločne môžeme zhrnúť, s ktorou úlohou boli najväčšie problémy.